técnica

140

associação dos estudantes do instituto superior técnico

julho 1964

revista de engenharia

CIMENTO SECIL

Fábrica:

Outão — Setúbal

Telef. 228824/5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 328201/2/3

UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA

S. A. R. L.

SEDE

Rua de Alexandre Herculano, 244 — PORTO

TELEFONES: 2 76 76 / 77 / 78 / 79 — Est. 90

DELEGAÇÃO

Rua Rosa Araújo, 35 — LISBOA

TEL.: 73 11 81/82/83/84/85/86 - 73 33 33 - 48 4 91

●

ELECTRICIDADE DO LINDOSO E DAS CENTRAIS DO FREIXO E DA CACHOFARRA

●

A **UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA** distribui, pela mais extensa rede de alta tensão em Portugal (cerca de 2 500 km), energia eléctrica em 70 concelhos, nos distritos de VIANA DO CASTELO, BRAGA, PORTO, AVEIRO, COIMBRA, VISEU, LEIRIA, SETÚBAL e ÉVORA.

Oficina e Laboratórios

do

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de CARPINTARIA DE MOLDES, de INSTRUMENTOS DE PRECISÃO de ELECTROTECNICA, fornecem todo o género de material escolar de demonstração para o ensino técnico. Nos laboratórios de QUÍMICA-ANALÍTICA, FÍSICA INDUSTRIAL E DE MINERALOGIA executam-se análises para o público.

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva

TÉCNICA

Ano XXXVIII - N.º 340 Julho de 1964

Redacção e Administração: AVENIDA ROVISCO PAIS, I.S.T. * LISBOA-1. * TELEF. 775449

DIRECTOR
J. M. VIEGAS GONÇALVES
ADMINISTRADOR
J. F. GOMES DE PINA
SECRETARIO
F. G. KNOPFLI BATORÉU
REDACTORES
M. HELENA ALVES
L. M. C. BARBOSA COLEN
H. L. GIRÃO PINA

*

PUBLICAÇÃO PERIÓDICA MENSAL

ASSINATURAS:

	3 N.os	6 N.os	10 N.os
Continente e Ilhas	37$50	60$00	110$00
Ultramar Português e Espanha	—	65$00	120$00
Estrangeiro	—	70$00	130$00

NUMERO AVULSO 15$00

*

EDITOR E PROPRIETÁRIO
ASS. DOS ESTUD. DO I.S.T.

*

COMPOSTO E IMPRESSO
NA
Tip. JORGE FERNANDES, L.DA
RUA CRUZ DOS POIAIS, 103
LISBOA

SUMÁRIO

CAPA — NITRATOS DE PORTUGAL — Depósitos de amoníaco

Págs.

Porto da Praia da Vitória (Açores) — Estragos no quebramar devido ao temporal de 26-27 de Dezembro de 1964
Por José Reis de Carvalho 563

Vibrações forçadas de sistemas não lineares com elasticidade do tipo k ($x \pm \varepsilon x^3$)
Por Jorge Neves da Silva 577

Notas informativas — **Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional** . . 588 e 618

Reservatórios cilíndricos de betão armado para água — Cálculo gráfico e proporçõea económicas
Por António Manuel de Vasconcelos 589

Utilização do forno de indução à frequência da rede na fusão de ferro branco destinado à produção de ferro maleável
Por João Manuel Seruca 607

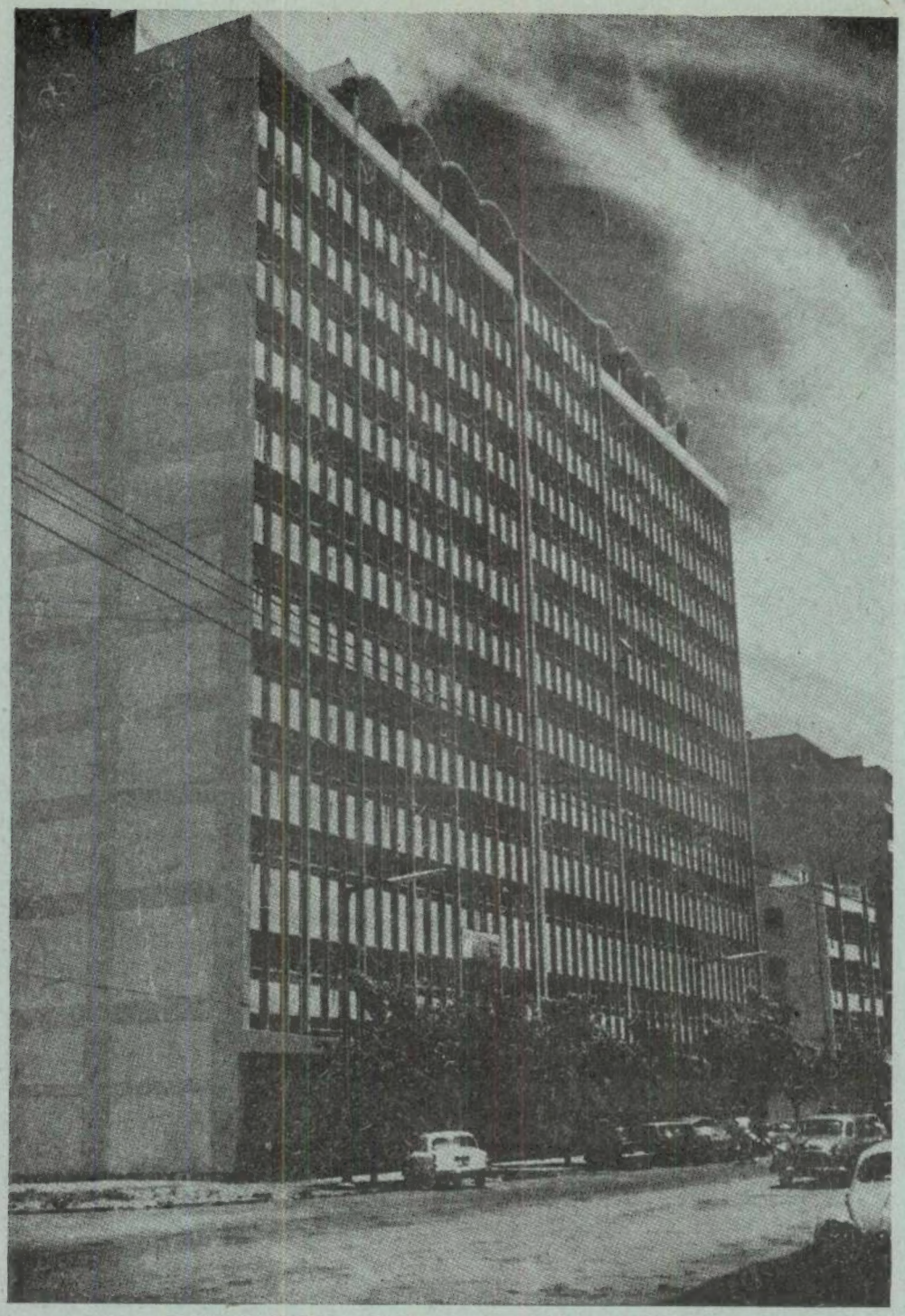
Doseamento do potássio em adubos — Comparação dos resultados obtidos por fotometria de chama e pelo método volumétrico do TPB
Por Maria Margarida Carmo 619

Biblioteca 627

OS ARTIGOS PUBLICADOS NESTA REVISTA SÃO DE EXCLUSIVA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES

Índice Alfabético dos nossos anunciantes

	Pág.
A	
Aguiar & Melo, Lda.	XXXV
A. Johnson & Co (Portugal), Ltd.	XXXIV
Asea Eléctrica Ld.ª	XIII
Auto-Lusitânia	XXIV
C	
CIDEX	IV
CIDLA	XXIII
Cimento Secil	2.ª da capa
Companhia de Cimentos Brancos	VIII
Companhia Portuguesa de Fornos Eléctricos	IX
Companhia Portuguesa de Trefilaria	XVIII
Companhia União Fabril	XIV
C. Santos, Ltd.ª	V e VI
E	
EFACEC	XXVIII
Electro-Arco, Ltd.ª	IV
Empresa de Cimentos de Leiria	XLI
Empresa Electro Cerâmica	XXXVI
Empresa de Produtos Asfálticos	X
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ltd.ª	3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos	XI
Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações	XXVI
F	
Fábrica Portugal	I
Fanafel	XVI
Fundações Franki, Lda.	I
G	
George Fischer	XXIX
H	
Harker Sumner & C.ª, Ltd.	XXXI
I	
I. C. I.	XXXIII
Impermeábilis	XXVI
I. S. T.	2.ª da capa
Isola	XXXI
J	
Jayme da Costa, Lda	XIX
Johann Keller	2.ª da capa
M	
MAGUE	XIII
Metalúrgica Duarte Ferreira	XXV
Metrimpex	XL
Mobil Oil Portuguesa	4.ª da capa
Monteiro Gomes, Lda.	XXXVII
N	
Novobra, Lda.	XVIII
O	
Orlando Fernandes	XVI
P	
Papelaria Fernandes	XXXVIII
Pimentel & Casquilho, Ltd.ª	III
Q	
Quimicor, S.A.R.L.	XII
S	
SMEIA	XV
Sociedade Comercial Romar	XX
Soc Const. Amadeu Gaudêncio	XXXII
Soc. Electron	XXIV e XXVI
Sociedade Portuguesa Cavan	VIII
Sondagens e Fundações, A Cavaco	IV
Sondagens Ródio, Ltd.ª	XXXI
Sorval	XXX
Standard Eléctrica	VII
S. T. E. T.	XXI
T	
Telemec	XXIV
Torrens	XXXII
Trellaborgs Gumifabrik	XXVII
U	
União Eléctrica Portuguesa	2.ª da capa
V	
Vasco Pessoa, Lda.	XVIII
W	
Wild Portugal, Lda.	XXV
W. Schmidt	XXXVI



Prédio CARDOSO & REIS — Lourenço Marques (Portugal)

ASSENTE SOBRE 177 ESTACAS FRANKI

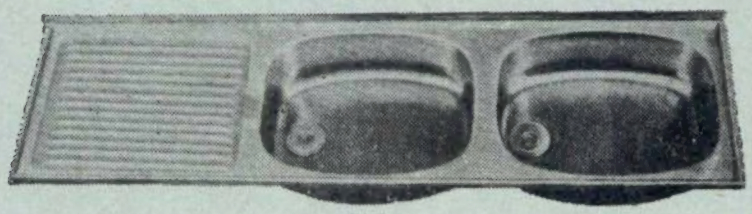
FUNDAÇÕES FRANKI, L.DA

RUA BRAAMCAMP, 13, 3.º — **LISBOA-1** — TELEFONE P. P. C. 73 41 12 — ENDEREÇO TELEGRÁFICO: **FRANKI** — **LISBOA**

PRÉDIO SANTOS GIL, 6.º ANDAR — SALA 10 — TELEFONE 9 11 67 — CAIXA POSTAL N.º 1397

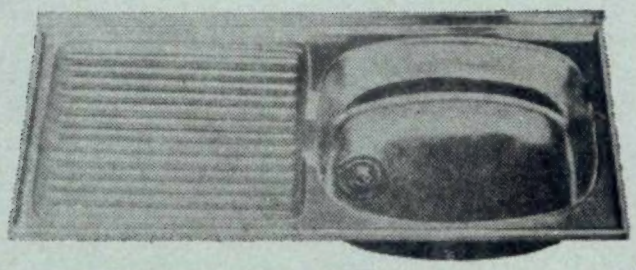
ENDEREÇO TELEGRÁFICO: **FRANKI — LOURENÇO MARQUES**

LAVA-LOUÇAS EM AÇO INOXIDAVEL



Modernize os lares de Portugal, usando nas suas cozinhas Lava-Louças em AÇO INOXIDAVEL. Concepção e execução da

FABRICA PORTUGAL



elegantes e higiénicos - duração ilimitada - revestidos de isolante especial - fornecidos com sifão de segurança - não partem a louça

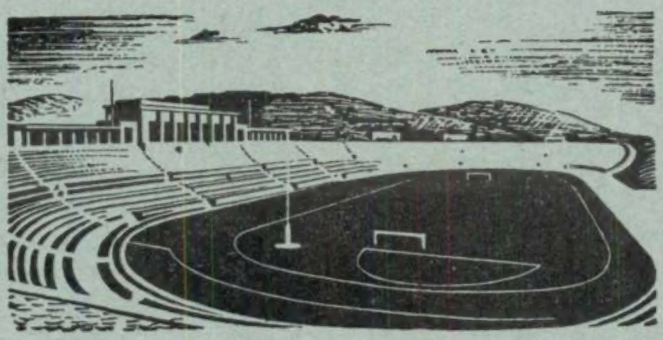
- 8 MODELOS STANDARD - OUTROS MODELOS FORA DE SÉRIE
- MODELOS ESPECIAIS PARA GRANDES INSTALAÇÕES
- IGUAIS AOS MELHORES ESTRANGEIROS

À VENDA NAS BOAS CASAS DA ESPECIALIDADE E NOS SEUS SALÕES DE EXPOSIÇÃO E VENDA

PRAÇA DOS RESTAURADORES - RUA FEBO MONIZ

PIMENTEL & CASQUILHO, L.DA

QUASE 40 ANOS AO SERVIÇO DA ENGENHARIA PORTUGUESA



GRANDE SORTIDO DE INSTRUMENTOS DE PRECISÃO, CIENTÍFICOS E INDUSTRIAIS

RUA JARDIM DO REGEDOR, 24, 2.°
LISBOA
TELEF.: 32 43 14 — 32 42 48 ✦ TELEG.: TECNA

Bombas centrífugas «PACIFIC»

Construídas por

Batignolles - Chatillon

Especialmente destinadas para:

— Petróleos
— Indústrias químicas
— Construções navais
— Centrais eléctricas
— Alimentação de caldeiras
— Etc., etc.

Sob as condições de funcionamento seguintes:

— Débitos: 1 m³/h a 10.000 m³/h
— Pressões: altas e baixas
— Temperaturas: −180° C + 500° C
— Líquidos: corrosivos ou não

Para estudos e orçamentos, consultar o representante em Portugal:

CIDEX — Comércio Internacional
e Representações Industriais, Lda.

Av. Casal Ribeiro, 46-2.°/Telef. 73 53 07/LISBOA 1

SONDAGENS
FUNDAÇÕES
CAPTAÇÕES DE ÁGUA
REBAIXAMENTOS
DE NÍVEIS AQUÍFEROS

RUA RODRIGO DA FONSECA 62 R/C • LISBOA
TELEF. 53873-45451-57751-59562

ELECTRO-ARCO
LIMITADA

ELECTRODIOS
POSTOS E ACESSORIOS
PARA A SOLDADURA ELECTRICA

MATERIAL APROVADO PELO
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING

FÁBRICA E LABORATÓRIOS
VENDA NOVA — AMADORA
LISBOA
RUA SILVA CARVALHO, 239 — TEL 683649
PORTO
RUA DO BOLHÃO, 216 — TEL 21277

PINÇAS FERRANTI

PINÇAS VOLT—AMPERIMÉTRICAS

7 ESCALAS

EM AMPÈRES	EM VOLTS
0 – 10 AMPS.	0 – 150 V
0 – 25 »	0 – 600 »
0 – 100 »	
0 – 250 »	
0 – 1000 »	

PINÇA WATTIMÉTRICA

7 ESCALAS

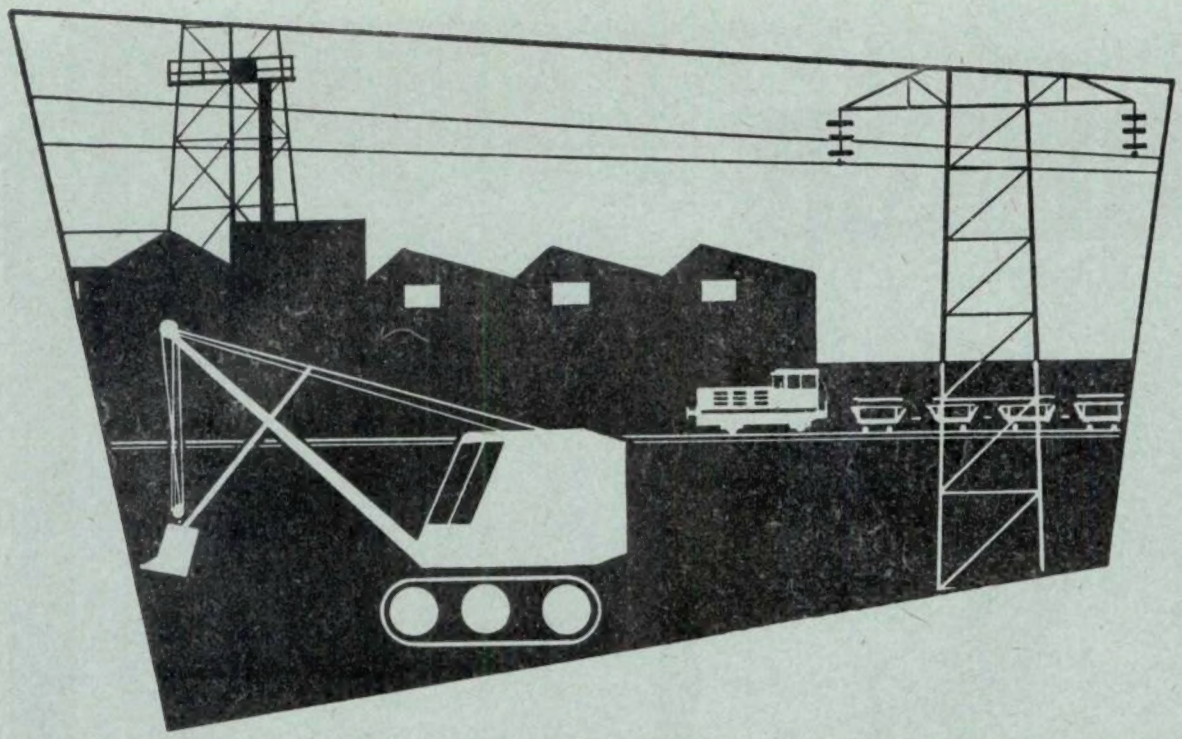
0 – 3 KW
0 – 6 »
0 – 12 »
0 – 30 »
0 – 60 »
0 – 120 »
0 – 300 »

REPRESENTANTES:

C. SANTOS, S. A. R. L.

29, AVENIDA DA LIBERDADE, 41 — LISBOA

DIVISÃO MARÍTIMA E INDUSTRIAL
AVENIDA DA LIBERDADE, 29-41 — LISBOA
160, RUA STA. CATARINA, 168 — PORTO



MERCEDES-BENZ

MOTORES INDUSTRIAIS DIESEL

MOTORES PARA TODAS AS APLICAÇÕES INDUSTRIAIS
FAMOSOS EM TODO O MUNDO PELA SUA GRANDE ROBUSTÊS, ECONOMIA
DE CONSUMO E FACILIDADE DE MANUTENÇÃO
MODELOS DESDE 15 A 2.500 H. P.

EM ARMAZÉM:

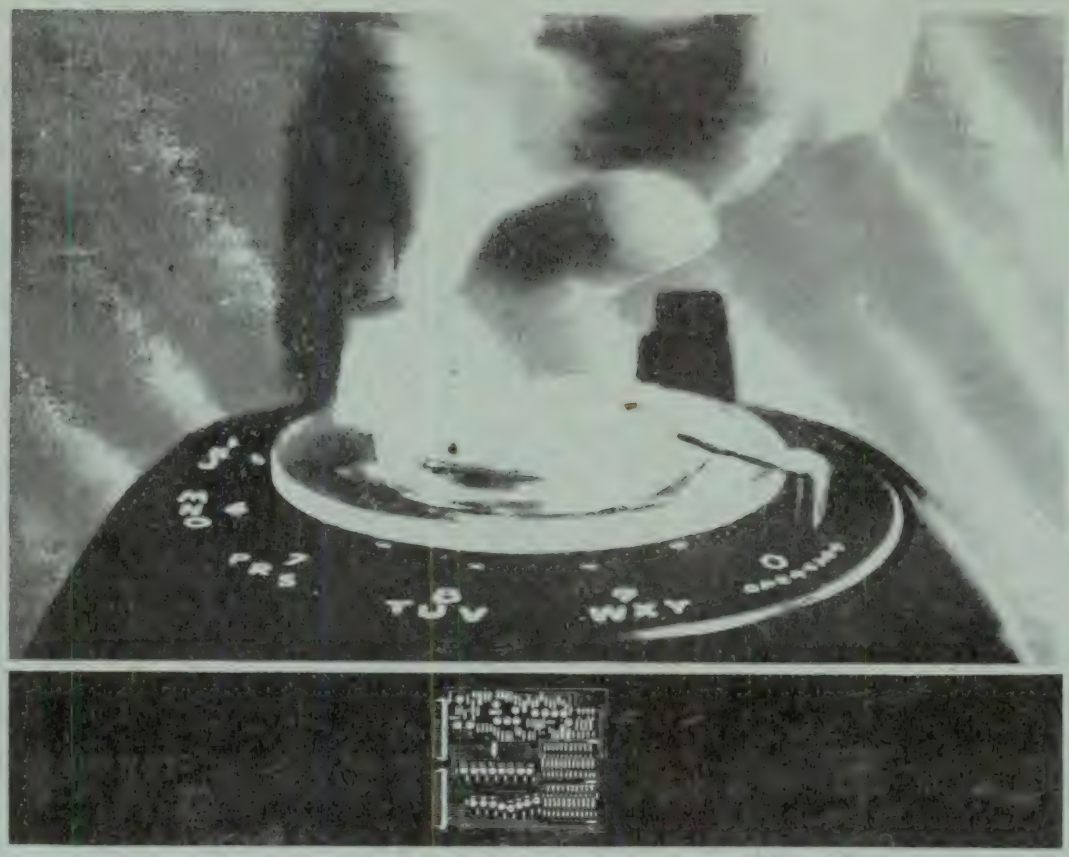
MODELO M B 841 B	25 H. P. — 1.000 R. P. M.
MODELO M 202 B	55 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 203 B	90 H. P. — 1.200 R. P. M.
MODELO M 204 B	120 H. P. — 1.200 R. P. M.

OUTROS MODELOS PARA ENTREGA MUITO RÁPIDA

MOTORES A 4 TEMPOS · ARREFECIMENTO POR ÁGUA
ARRANQUE A AR COMPRIMIDO OU ELÉCTRICO

REPRESENTANTES **C. SANTOS, S. A. R. L.** — DIVISÃO MARÍTIMA E INDUSTRIAL

29, AV. DA LIBERDADE, 41 — LISBOA
160, R. DE S.TA CATARINA, 168 — PORTO



EM CADA CHAMADA PRESTAMOS UM SERVIÇO

O seu telefone, servo obediente, aprende novas maneiras de o servir. Muitas das vantagens já hoje existentes nas centrais telefónicas internas serão num futuro próximo introduzidas nas redes públicas. Assim, sem ter que levantar o auscultador, poderá marcar o número pretendido. Se por coincidência este estiver interrompido, o seu telefone avisá-lo-á do momento em que a linha está livre evitando, assim, grandes perdas de tempo e aborrecimentos. Por outro lado a telefonista pode fazer uma chamada e efectuar imediatamente a sua transferência sem ter que preocupar-se mais. Esse sistema actua como que se gravasse o que lhe foi dito: será, pois, um fiel servidor. Estas e outras extraordinárias realizações já são incluídas nos equipamentos da ITT.

Centrais de tipo convencional que ocupam salas darão lugar a equipamentos com dimensões de gavetas.

Estes projectos tipificam o carácter pioneiro da ITT em matéria de comunicações. Já em 1930 a ITT havia instalado um sistema de chamada directa entre assinantes a longa distância. Trabalhos desta natureza, bem como muitos outros aplicados à TV, radar, micro-ondas, comunicações marítimas e espaciais, permitiram a ITT (International Telephone and Telegraph Corp.) alcançar a posição do maior grupo de electrónica e telecomunicações do mundo.

A **Standard Electrica, S.A.R.L.**

É UMA ASSOCIADA DA ITT

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

Consulte os distribuidores gerais

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 66 61 86 — Lisboa
No Norte: **SCIAL** — R. do Bonjardim, 205 — Telef. 2 5779 — Porto

CAVAN

SOCIEDADE PORTUGUESA

✱

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS
MOSAICOS E AZULEJOS

COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA
MANILHAS PARA ESGOTOS

✱

RUA D. ESTEFÂNIA, 94-A
TELEF. 47812-50129
LISBOA

COMPANHIA PORTUGUESA DE FORNOS ELÉCTRICOS

PRODUTORA DE

FERRO GUSA

FERRO LIGAS

FERRO-MANGANÊS

SÍLICO-MANGANÊS

FERRO-SILÍCIOS

15 % - 25 % - 45 % - 75 % - 90 %

CARBONETO DE CÁLCIO

CIANAMIDA CÁLCICA

PASTA PARA ELÉCTRODOS

E EM MONTAGEM

GRAFITE

FÁBRICAS
CANAS DE SENHORIM
Telefone 6 72 22

SEDE
Largo de S. Carlos, 4 2.º — LISBOA
Telefones 32 53 43 - 3 55 56 - 36 89 89

Celulite

ISOLAMENTO TÉRMICO DAS CONSTRUÇÕES

PAVIMENTOS

*

TECTOS

*

PAREDES

*

CÂMARAS FRIGORÍFICAS

*

ISOLAMENTOS INDUSTRIAIS

Terraços e pavimentos isolados com CELULITE no edifício da Comp.ª de Seguros Fidelidade — P. das Águas Livres — Lisboa

SETH, LDA. • RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.° • TEL. 73 01 56 — LISBOA

Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

COLAGEM DE TACOS DE MADEIRA

TELEF. 73 0156 TELEG. EPALDA — LISBOA

EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS

IMPERMEABILISADOR

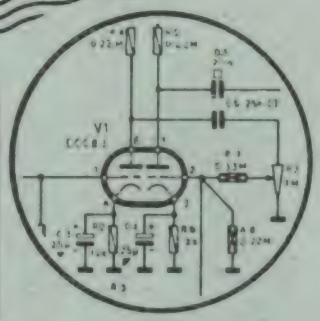
IMEPA

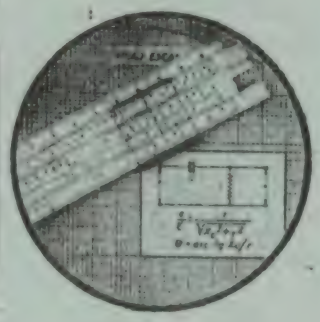
RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º-LISBOA

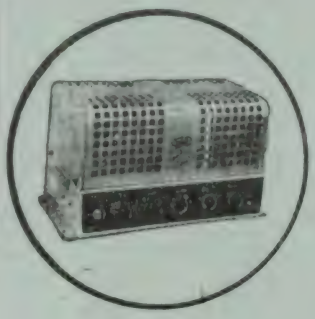
FÁBRICA EM SACAVÉM

EQUIPAMENTO DE AMPLIFICAÇÃO DE SOM

BEM CONCEBID
CALCULAD
CONSTRUID







LESA

A grande marca italiana

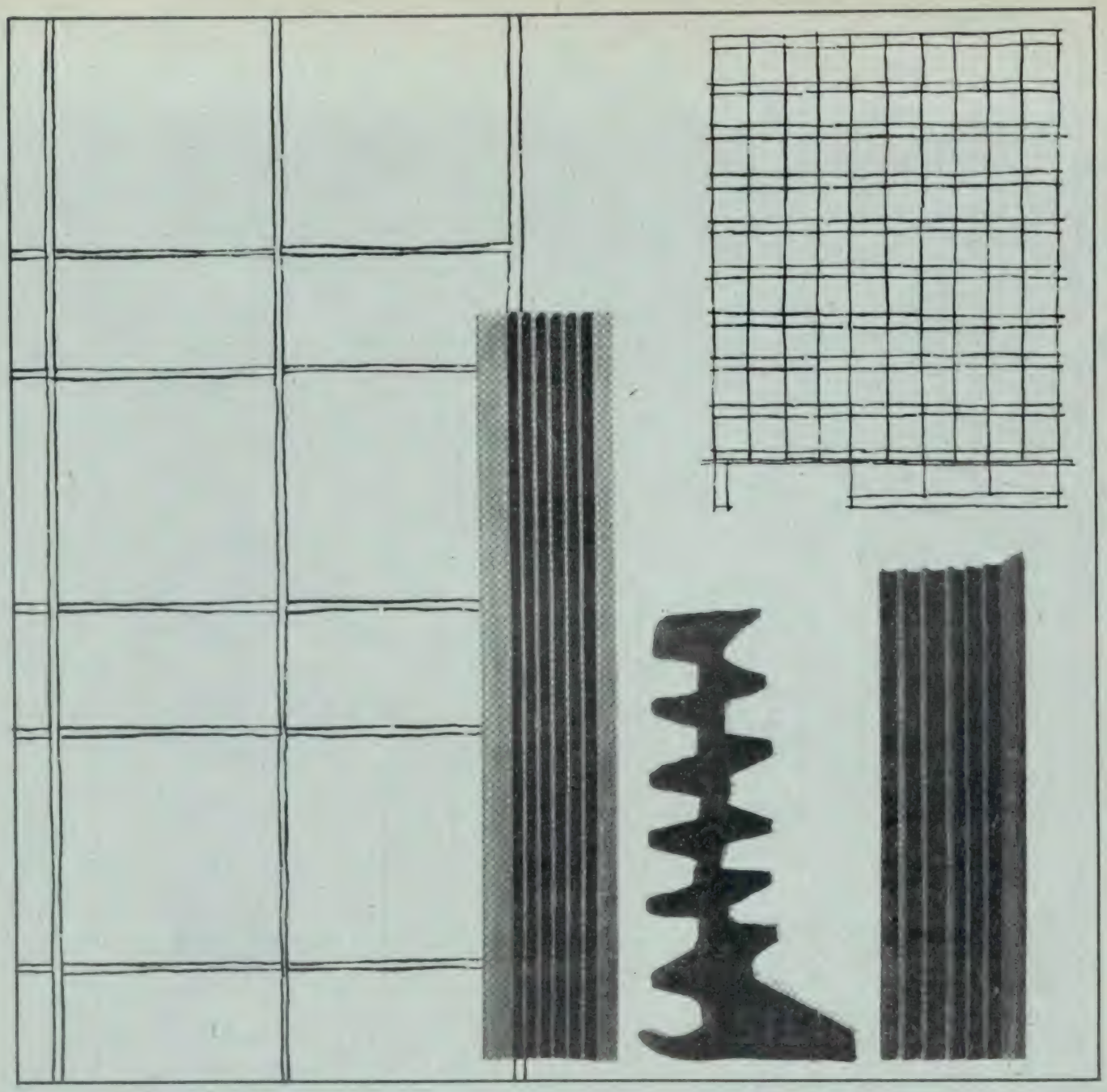
Representantes em Portugal

TELECTRA

EMPRESA TÉCNICA DE EQUIPAMENTOS ELÉCTRICOS, S. A. R. L.

Rua Rodrigo da Fonseca, 103, r/c
LISBOA — Tel. 68 60 72

Rua Sá da Bandeira, 766-1.º E.
Tel. 2 48 18 — PORTO



Um perfil criado para a construçao moderna

Edifícios administrativos, fábricas, estabelecimentos, hangares, pavilhões, hoteis e outras grandes construções erguem-se hoje segundo os princípios modernos da arquitectura, pelo processo de estruturas metàlicas. Para vedar as vidraças, as placas dos parapeitos, etc., que se colocam nessas estruturas, obtem-se excelentes resultados com os perfis de vedação fabricados com a borracha de cloroprene Perbunan C.

Estes perfis de vedação são muito flexíveis e vedam as vidraças ou outros elementos de construção, mesmo quando batidos por fortes tempestades e chuvas. Em virtude das suas características de elasticidade, os perfis de Perbunan C, com uma composição adequada, possuem uma excelente resistência nas suas formas, quer dizer, mantém a sua forma primitiva durante longos anos, mesmo quando sujeitos a pressão e tracção. Resistem ao calor, de maneira que a sua função vedante não é prejudicada pelas temperaturas elevadas que se observam nas fachadas dos edifícios durante o verão. Possuem igualmente uma excelente resistência à acção da luz, do oxigénio, do ozono e dos fumos das fábricas.

E muito simples a montagem das vidraças e das chapas dos parapeitos com estes perfis. Aplica-se, tanto nos próprios perfis como nos caixilhos, uma cola de contacto fabricada igualmente à base de Perbunan C. Em seguida, aperta-se o perfil contra a peça, obtendo-se assim uma colagem segura.

Os perfis de Perbunan C podem ainda utilizar-se na construção de barracões e de casa pré-fabricadas. Neste caso, as chapas ligam-se umas às outras por meio de perfis em I fabricados com Perbunan C (borracha de cloroprene).

Escreva, por favor, aos nossos representantes, onde poderá obter informações mais detalhadas sobre os perfis de Perbunan C.

S.A.R.L. QUIMICOR, Representante em Portugal
Lisboa: Rua Sociedade Farmacêutica, 3, Tel. 42 194
Porto: Rua de Santos Pousada, 441, Tel. 54 141

2955

perbunan c BAYER

Muster für Standbogen

TÉCNICA

DIRECTOR: J. M. VIEGAS GONÇALVES ADMINISTRADOR: J. F. GOMES DE PINA
SECRETÁRIO: F. G. KNOPFLI BATORÉU

Ano XXXIX — N.º 340 Julho de 1964

C. D. U. 627.26 : 627.235

PORTO DA PRAIA DA VITÓRIA (AÇORES)*

ESTRAGOS NO QUEBRAMAR DEVIDO AO TEMPORAL DE 26-27 DE DEZEMBRO DE 1962

POR JOSÉ REIS DE CARVALHO
Eng.º Civil (I. S. T.)
Especialista do Laboratório N. de Engenharia Civil

1 — INTRODUÇÃO

A baía da praia da Vitória está situada na costa este da ilha da Terceira, Arquipélago dos Açores. Este está localizado no Atlântico Norte, estando compreendido entre 36° 55′ e 39° 43′ de latitude norte e 24° 46′ e 31° 16′ de longitude oeste. A ilha Terceira faz parte do grupo central de ilhas do Arquipélago (figura 1).

O esquema portuário que foi construído na baía da Praia da Vitória destina-se, fundamentalmente, a permitir a descarga de combustíveis líquidos qualquer que seja o estado de agitação do mar à entrada da baía.

O conjunto das obras marítimas é constituído por um quebramar de talude, enraizado na Ponta do Espírito Santo, e com cerca de 600 metros de comprimento, e por uma instalação de descarga, independente do molhe, composta por uma plataforma central e por duques de Alba. A plataforma central e os duques de Alba estão ligados entre si e a terra por meio de passadiços (figuras 1 e 3).

2 — DESCRIÇÃO DA OBRA

Dada a localização da baía da Praia da Vitória na costa este da ilha Terceira e a configuração do contorno da ilha nessa zona, o quebramar só poderá ser atingido com violência apreciável pelos temporais de NE, E e SE.

Note-se que para esta última direcção as ilhas de S. Miguel e Santa Maria constituem uma limitação à geração da agitação, reduzindo o «fetch» a um valor máximo de 120 milhas marítimas. Este facto, aliado à configuração da batimetria na extremidade sul da baía, faz com que os temporais de SE não possam atingir o quebramar com grande violência (para um vento de 40 nós a altura significativa da vaga em frente do quebramar é de apenas 4,00 metros).

Por outro lado, a configuração batimétrica em frente da Ponta da Má Merenda, a norte da baía, determina uma forte dispersão de energia para os temporais de NE que, em face deste facto, atingem o quebramar com apenas cerca de 65 % da sua altura ao largo.

Deste modo, só os temporais com direcções, em águas profundas, próximas de E podem atingir o quebramar com toda a sua violência.

No estudo do dimensionamento do quebramar, a fixação da altura da onda de cálculo baseou-se nos elementos constantes da publicação «Sea and Swell Charts — North Atlantic Ocean», nos registos de velocidades e direcções

* Comunicação apresentada à IX Conference on Coastal Engineering, Lisboa, 1964.

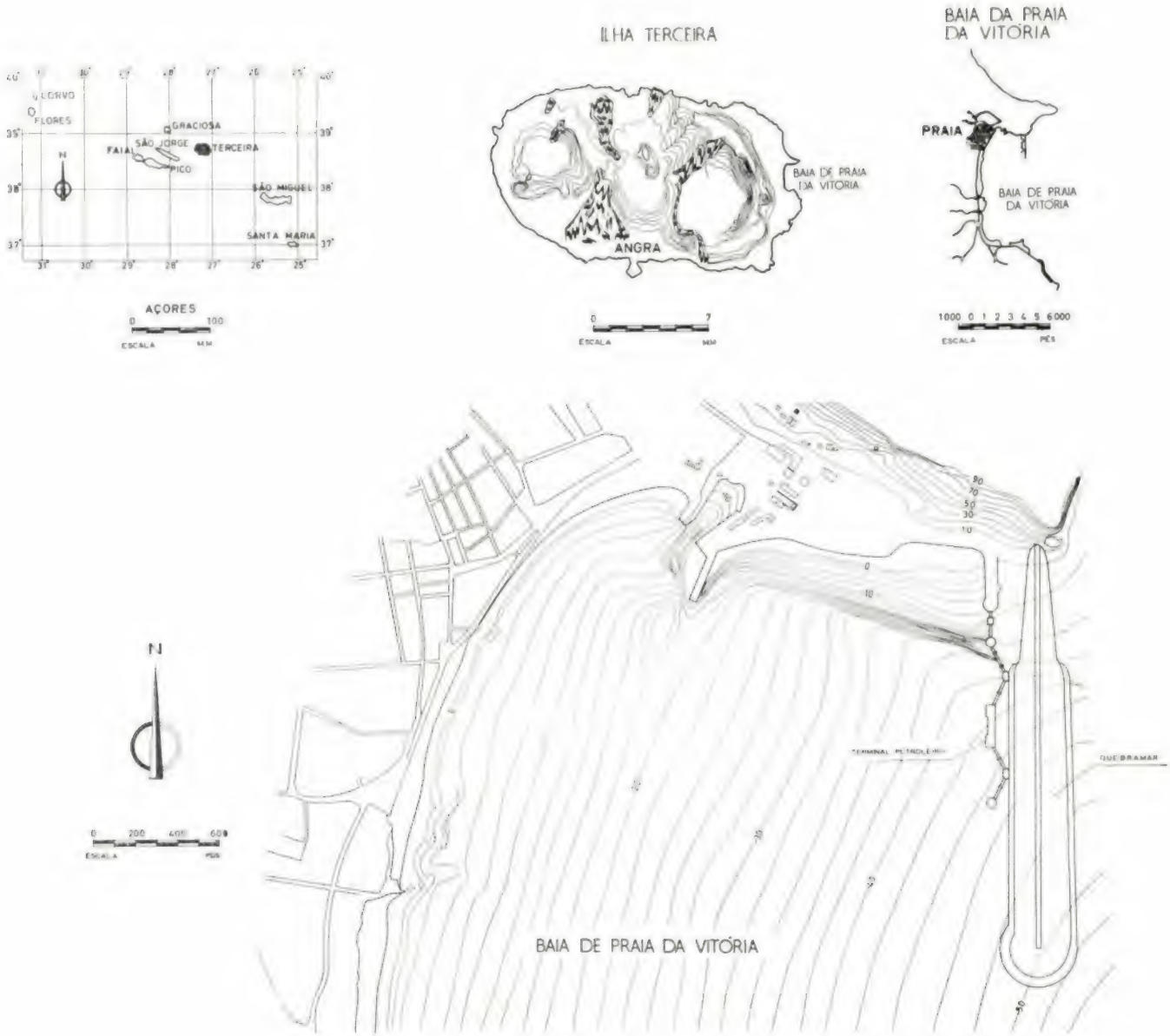


Fig. 1 – Porto da Praia da Vitória (Açores)

de vento da estação meteorológica do aeroporto das Lajes (ilha Terceira) e nos valores das observações locais sobre o estado de agitação do mar.

Da análise comparada das duas primeiras fontes de informação chegou-se à conclusão que os ventos do quadrante de E ocorrem durante cerca de 20 % do tempo e não excedem a velocidade de 27 nós.

Faz-se já aqui notar que, sendo os temporais de E gerados pelos ventos deste rumo mas soprando sobre a zona do Atlântico entre os Açores e o Continente Europeu, era nesta zona que interessava conhecer a velocidade máxima dos ventos com aquela direcção e as dimensões da área sobre a qual ela poderia actuar.

As observações locais indicavam que em Novembro de 1955 tinham sido registadas vagas com 5,50 m durante um temporal de E e que em Fevereiro de 1956 foram estimadas vagas entre 5,50 e 6,00 metros de altura. No entanto, o valor destas observações foi considerado, pelos projectistas, bastante reduzido, não tendo por isso servido para a fixação da onda de cálculo do quebramar.

Tanto quanto se sabe, também não houve a preocupação de prever, a partir das cartas sinó-

ticas de tempo, quais teriam sido as alturas de vaga, que na realidade teriam atingido nesses períodos a baía da Praia da Vitória.

A altura de vaga para o dimensionamento do quebramar foi determinada a partir do método de Sverdrup-Munk, utilizando os ábacos revistos por Bretschneider e considerando um vento com uma velocidade de 27 nós. A altura significativa é então de cerca de 5,20 metros, valor que foi fixado como o máximo para os temporais com direcções ao largo entre NE e SE. O período que se arbitrou para esta agitação foi de 12 segundos.

3 — PERFIL DA OBRA

O perfil dimensionado com base neste valor de altura máxima de vaga é formado por um núcleo de enrocamento de categoria C (até 3,5 toneladas), revestido de enrocamentos da categoria B (3,5-5,5 toneladas) e da categoria A (12-13,5 toneladas), estes dispostos nas zonas do perfil directamente sujeitas à acção da vaga (fig. 2).

Dada a dificuldade de se obter na pedreira a percentagem necessária de enrocamentos da categoria A, foram modificados os limites das categorias, permitindo-se que na camada interior da categoria A fosse utilizado enrocamento de 9-12 toneladas enquanto que na categoria B se permitiu o emprego de enrocamento de 2-3,5 toneladas na camada interior (figura 2). O peso específico dos enrocamentos é de 174,3 lbs/cuf (2,79 ton/m^3).

A aplicação da fórmula de Hudson ao perfil e para um valor da altura de agitação de 5,18 m, conduz a um coeficiente k de:

$$k = \frac{\gamma_r H^3}{W (S_r - 1)^3 \cot \alpha} = \frac{2{,}79 \times 5{,}18^3}{12{,}7 \times 1{,}72^3 \times 2} = 3{,}00$$

valor inferior ao aconselhado por Hudson o que leva a concluir que o binário, ângulo do talude-peso dos enrocamentos, foi estabelecido com certa margem de segurança.

Note-se contudo que o facto do enrocamento A ter sido dividido em duas categorias (A de 12-13,5 e A — de 9-12 toneladas) diminuiu a segurança da obra, uma vez que a fuga de elementos da camada exterior, sempre possível, se se verificasse, como veio a acontecer, a ocorrência de temporais com altura superior à de cálculo, expunha à acção directa da vaga elementos de peso inferior. Para esta camada o coeficiente k tem então o valor:

$$k = \frac{3{,}0 \times 12{,}7}{10{,}43} = 3{,}65$$

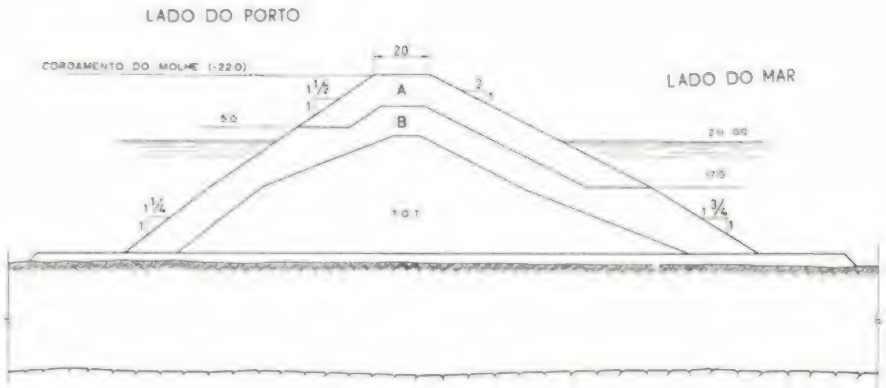
superior ao aconselhado por Hudson.

Verifica-se portanto que, dada a alteração que foi introduzida nos enrocamentos da categoria A, a obra não tinha uma margem de segurança conveniente o que poderia ocasionar, no caso de um temporal mais violento que o de cálculo e de duração prolongada, um processo de destruição em cadeia com graves consequências, uma vez que as camadas que sucessivamente ficavam expostas à fúria do mar têm uma estabilidade cada vez menor e portanto seriam destruídas, cada vez mais fàcilmente pelo temporal. Foi o que veio a acontecer nos fins de Dezembro de 1962.

Pensando obviar os inconvenientes resultantes da subdivisão dos enrocamentos da categoria A, o projecto do molhe previu a colocação de blocos artificiais de forma especial, «cast through stones», englobando, pelo modo como eram colocados, as duas camadas do enrocamento. A colocação destes blocos artificiais, cujo peso é de 14,5 toneladas, foi feita sem regras rígidas apenas obedecendo ao princípio de que pelo menos 1 em cada 10 enrocamentos da categoria A, colocados no manto exterior deveria ser um «through stone».

Note-se que, do ponto de vista da estabilidade do talude, o peso de cada «through stone» pouco ultrapassa o peso dos elementos da camada superficial, pelo que a sua capacidade individual de resistência pouco diferia dos referidos elementos. Por outro lado o facto de cada bloco artificial estar rodeado de enrocamentos naturais faz com que a estabilidade do conjunto seja a dos elementos de menor capacidade de resistência, tanto mais que a percentagem dos «through stone» é muito pequena. A sua presença, portanto, pouco ou nada contribuiu para a estabilidade do talude. Foi aliás o que os ensaios em modelo reduzido, realizados para análise das avarias do molhe, mostraram.

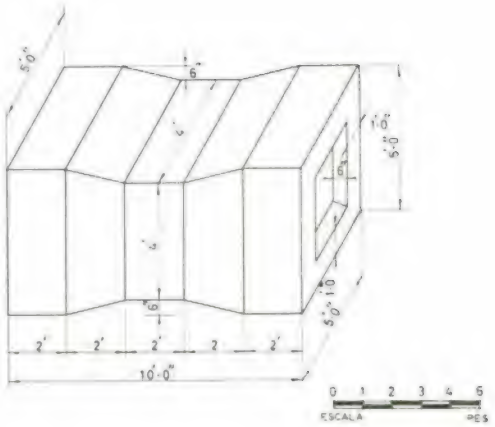
Três outros aspectos do perfil da obra, importa ainda focar. O primeiro diz respeito à cota inferior do manto exterior que no caso presente se situa a um nível de 17'.0 abaixo do B. M. M. Como em baixamar de águas vivas o nível de água pode descer cerca de 1'.0 abaixo do B. M. M., a fixação do nível de (— 17'.0) não obedece estritamente ao indicado correntemente,

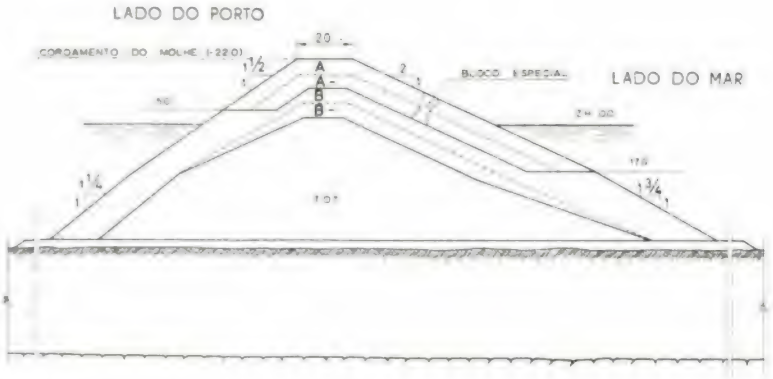


PERFIL CORRENTE INICIAL

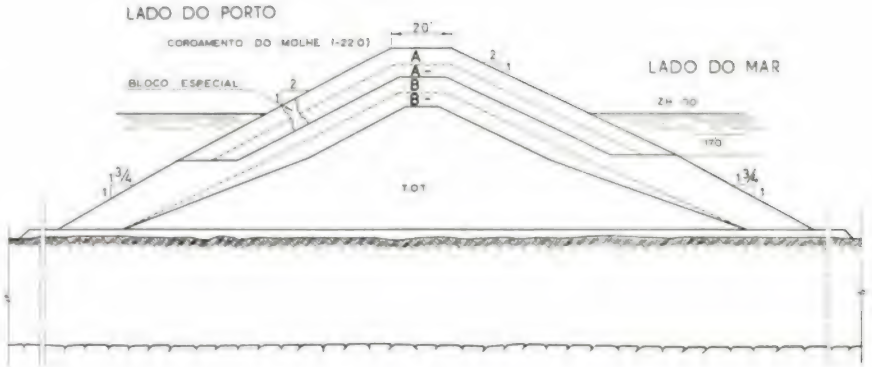
CATEGORIA A 12 - 13,5 tons
" " B 3,5 - 5,5 tons

BLOCO ESPECIAL DE TRAVAMENTO





PERFIL TIPO



PERFIL DA CABEÇA DO MOLHE

MOLHE-CATEGORIAS DO ENROCAMENTO

Categoria A — 12-13,5 ton.
Categoria A — 9-12 ton.
Categoria B — 3,5-5,5 ton.
Categoria B — 2- 4 ton.

Fig 2 — Perfis do quebramar

o que poderia levar a pensar que a ruína da obra teria começado exactamente nesta zona da passagem dos enrocamentos da categoria A para a categoria B. Os ensaios vieram mostrar que tal não se deve ter verificado. Aliás, de acordo com as experiências de Per Anders Hedar, as avarias num talude de enrocamento com uma inclinação de 2/1 não descem abaixo de um nível situado a 0,8 H abaixo do B.M.A.V. o que está de acordo com os resultados dos ensaios realizados.

Na face interior o manto de enrocamentos da categoria A estende-se até à cota (+ 5',0) ficando portanto a descoberto os enrocamentos da categoria B para todos os níveis de maré com excepção do praiamar de águas vivas, solução que não é correntemente indicada para obras em que se admite a existência de galgamentos. O «Technical Report n.º 4 — Shore Protection Planning and Design» aconselha que os enrocamentos do manto exterior desçam, na face interior, até ao B.M.A.V.

Mas foi na cabeça do molhe que o projecto mais se afastou das regras e indicações normalmente aceites. Com efeito é do conhecimento geral que as solicitações que se verificam nos elementos que constituem a cabeça de um molhe do tipo do quebramar da Praia da Vitória, são superiores às que se verificam nos elementos do perfil corrente dado o jacto que a rebentação da vaga ocasiona nesta zona. Por outro lado a curvatura do molhe, na zona da cabeça, determina que a estabilidade dos elementos que constituem o quadrante interior da cabeça, seja inferior à dos elementos do perfil corrente. A conjugação destes dois factores faz com que a cabeça dos molhes seja uma zona em que se torna necessário utilizar elementos de maior peso sobretudo no sector interior e na zona compreendida entre o mínimo e o máximo nível de água. O «Technical Report n.º 4» indica, para o caso de taludes de enrocamento, um acréscimo de peso da ordem de 10 % na zona da cabeça.

Daqui se conclui que a cabeça do molhe da Praia da Vitória não tinha o mesmo coeficiente de segurança que o perfil corrente. E no entanto, e por razões que se indicarão adiante, a cabeça do molhe apenas teve ligeiras avarias no sector interior. Faz-se contudo notar que a diminuição de resistência da cabeça de um molhe é altamente perigosa uma vez que qualquer avaria que aí se verifique se estende fàcilmente ao perfil corrente mesmo que este, por si só, possa resistir ao temporal.

4 — O TEMPORAL DE 26-27 DE DEZEMBRO DE 1962

Nos últimos dias do mês de Dezembro de 1962 foi o arquipélago dos Açores assolado por forte temporal. Os elementos meteorológicos cedidos pelo Serviço Meteorológico Nacional (figura 4) mostram que a partir das 00,00 h do dia 25 de Dezembro uma depressão alongada, centrada sobre a ilha de Santa Maria, ocasionava no seu bordo norte, fortes ventos de E. Esta depressão manteve-se sensìvelmente estacionária, por vezes com mais de um núcleo, até depois do dia 27, embora a partir desta data tenha diminuído de actividade.

No período de maior intensidade o vale depressionário estendia-se dos Açores ao Norte de África originando ventos de E de 25 a 40 nós desde a costa de Portugal Continental aos Açores.

Estas condições, particularmente desfavoráveis, determinaram uma área de geração suficientemente extensa e uma duração de vento que permitia, para velocidades de vento até 40 nós, a geração do estado de completo crescimento da agitação.

Infelizmente os dados meteorológicos existentes não permitiram definir perfeitamente o campo das velocidades na zona de geração. Apenas foi possível limitar a velocidade do vento que ocasionou o temporal, entre 30 e 34 nós, o que se traduz por uma altura significativa da agitação, que pode ter variado entre 6,50 metros (30 nós) e 9,00 metros (34 nós) de acordo com os gráficos de Neumann. Faz-se notar contudo que a velocidade do vento de E na estação meteorológica das Lages (Ilha Terceira) não ultrapassou 25 nós.

Segundo os elementos colhidos junto da Junta Autónoma do Porto de Angra do Heroísmo (Ilha da Terceira), o quebramar da Praia da Vitória foi contìnuamente galgado desde a tarde do dia 25 de Dezembro até à manhã do dia 28, com especial relevo nos períodos de preiamar. Nestes períodos a «gerbe» que resultava do galgamento do molhe passava sobre a própria estrutura de atracação dos petroleiros.

Durante os dias 26 e 27 foram estimadas as alturas da agitação por meio de um método espedito. Os valores encontrados, média dos registos

feitos durante períodos de 30 a 40 minutos, foram os seguintes:

Data	Hora (T.M.G.)	H	Data	Hora (T.M.G.)	H
26-12-62	10.00	≃ 8.00 m	27-12-62	10.00	≃ 8.70 m
»	14.00	≃ 8.10 m	»	15.00	≃ 8.00 m
»	18.00	≃ 8.70 m	»	15.00	≃ 8.70 m

Os registos mostraram que as variações das alturas individuais não ultrapassaram, em cada período de observação, estes valores médios em mais de 0,90 m.

Conjugando estes valores com a análise, tão pormenorizada quanto possível, dos campos de velocidades que se devem ter verificado sobre o Atlântico Norte chega-se à conclusão que o temporal que assolou o porto da Praia da Vitória deve ter tido início às 00,00 h (T. M. G.) do dia 25 de Dezembro. Às 12,00 h (T. M. G.) já a altura significativa da agitação tinha atingido cerca de 3,00 metros para às 00,00 h (T. M. G.) do dia 26 de Dezembro atingir 6,00 metros. O temporal, no entanto, ainda se tornou mais violento durante este dia, devendo ter atingido a sua máxima violência cerca das 18,00 h (T.M.G.). A partir deste instante o estado de agitação do mar manteve-se sensìvelmente constante até cerca das 18,00 h (T. M. G.) do dia 27, diminuindo depois ràpidamente de intensidade. O período associado ao temporal foi, nos períodos de maior violência, de 13 a 14 segundos.

5 — ESTRAGOS NO QUEBRAMAR. SUA ANÁLISE

Na altura em que se verificou o temporal o quebramar estava quase totalmente construído, faltando apenas colocar os enrocamentos da categoria A entre as cotas (+ 12'.0) e (+ 22'.0) entre o enraizamento (perfil 0) e o perfil 175 m.

Os primeiros sinais de avarias foram observados na manhã do dia 26 de Dezembro quando se verificou, visualmente, que algumas pedras tinham desaparecido na zona emersa do perfil 335 metros, onde os enrocamentos da categoria A continuavam a ser desalojados das suas posições e rolavam ao longo do perfil desaparecendo depois debaixo de água, sendo mais tarde encontrados, nos levantamentos efectuados após a tempestade, no pé do talude.

Pode-se daqui já extrair uma primeira conclusão. A ruína do molhe foi devida à falta de estabilidade do talude exterior e não devido aos galgamentos anormais do molhe. Estes teriam determinado um tipo de ruína que começaria pelo deslocamento dos blocos do talude interior.

Na noite de 26 para 27 de Dezembro, tendo o temporal atingido a sua máxima violência, foi o molhe particularmente atingido e avariado. As avarias generalizaram-se e na manhã do dia 27 já era visível uma profunda brecha imediatamente junto à cabeça, onde o temporal cortou todo o perfil acima da cota (+ 0.00) erodindo inclusivamente os enrocamentos da categoria C (núcleo).

Durante o dia 27 o molhe continuou a ser destruído a ponto dos galgamentos, que então se verificavam sobretudo no preiamar, terem posto em risco a própria instalação de atracação, aliás avariada já durante a noite anterior. Felizmente durante a noite de 27 para 28 o temporal diminuíu de violência de modo que no dia 28 não se observaram quaisquer novas destruições.

O balanço do temporal pode resumir-se da maneira seguinte (figuras 3, 5, 6 e 7):

— perfis 0 a 176 metros: neste troço do molhe, completo até à cota (+ 12'.0) apenas se verificaram ligeiras avarias superficiais; por outro lado o talude interior e exterior ficou revestido por um volume considerável de pedras de pequenas dimensões que foram transportadas da costa a norte do molhe;

— perfis 176 a 291 metros: este troço do molhe ficou em boas condições tendo apenas fugido alguns enrocamentos da categoria A do talude exterior e assentado ligeiramente o seu coroamento; contudo um número apreciável de enrocamentos da categoria B foram deslocados no talude interior, abaixo da cota (+ 5'.00), o que leva à conclusão de que os galgamentos tiveram neste troço efeito bastante pernicioso;

— perfil 291 a 442 metros: este troço foi um dos mais duramente atingidos pelo temporal, tendo ruído todos os enrocamentos da categoria A, tanto no talude exterior como no coroamento, elementos que rolaram pelo talude exterior, juntamente com pedras da categoria B que estavam abaixo dos enrocamentos da categoria A, para o pé do talude;

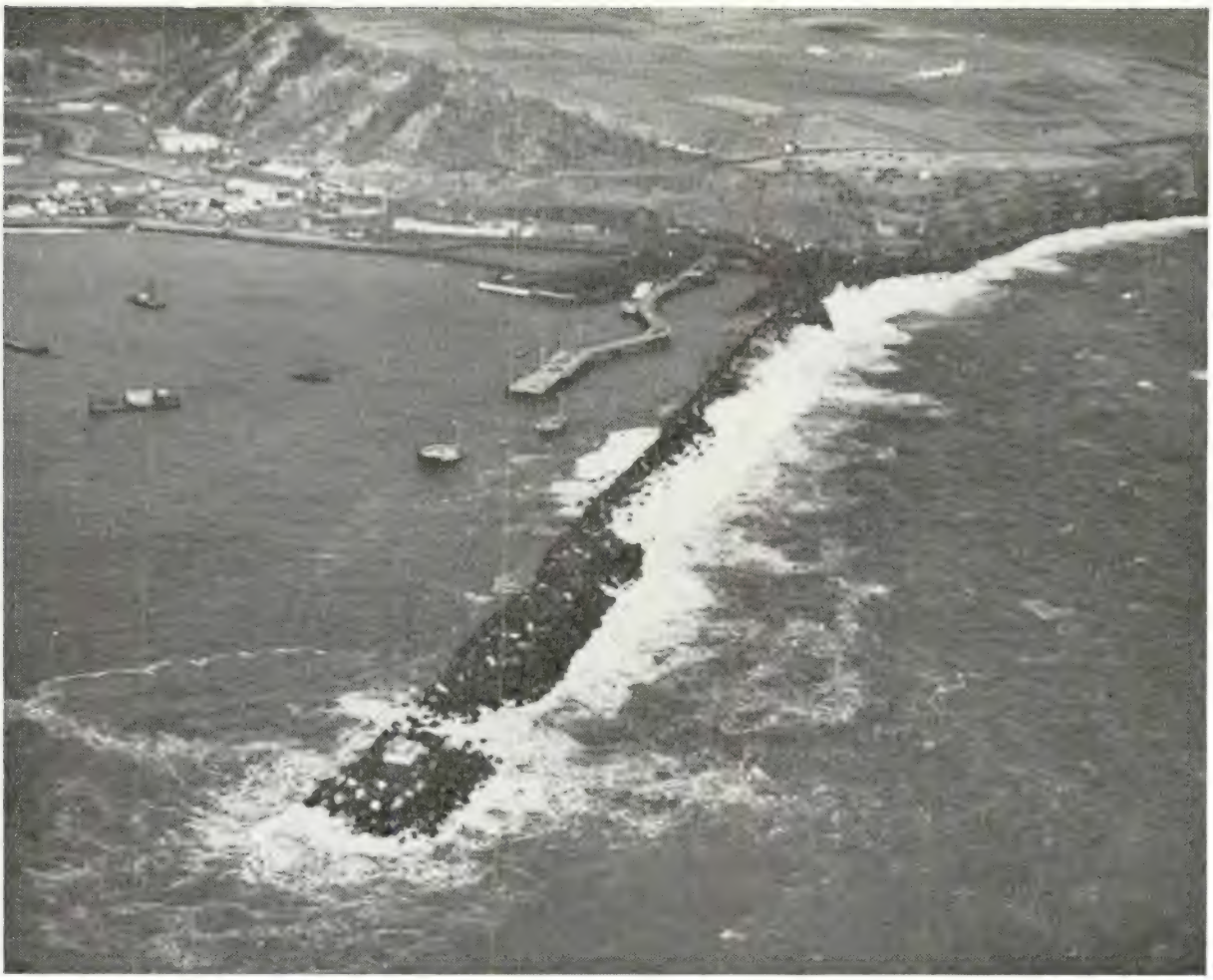


Fig. 3 — Vista geral do porto

no entanto conservaram-se ainda em posição, no talude interior, alguns elementos da categoria A e «through stones» se bem que em estabilidade muito precária; se o temporal tem tido uma duração um pouco maior estes elementos teriam também ruído e este troço do molhe teria então ficado arrazado a uma cota vizinha de (+ 0.00); o tipo de avaria verificada nesta zona do quebramar confirma o que se verificou nos troços anteriores e indica que o processo de ruína se iniciou pelo talude exterior;

— perfis 442 a 530 metros: este troço foi menos atingido que o anterior pois aproximadamente 45 metros ficaram quase intactos;

— perfis 530 a 565 metros: foi este o troço em que se registaram as maiores destruições; o quebramar foi arrazado até à cota (± 0.00);

— perfis 565 a 585 metros (cabeça do molhe): este troço ficou em boas condições apenas se tendo verificado a fuga de alguns enrocamentos, na zona interior e abaixo da linha de água, confirmando assim o conhecido sobre o processo de ruína das cabeças dos molhes.

A primeira conclusão que se extrai das avarias verificadas ao longo do molhe é que o processo de ruína foi extremamente irregular; a cabeça ficou quase intacta, brecha no troço consecutivo, depois cerca de 90 metros com pequenas avarias para logo a seguir, e numa extensão de 150 metros, o molhe ter sido duramente avariado.

Esta extrema irregularidade teve contudo a vantagem de permitir deduzir, na parte visível, o processo de ruína do molhe, bem evidente nos vários graus de ruína que se indicaram anteriormente: inicialmente foram os ele-

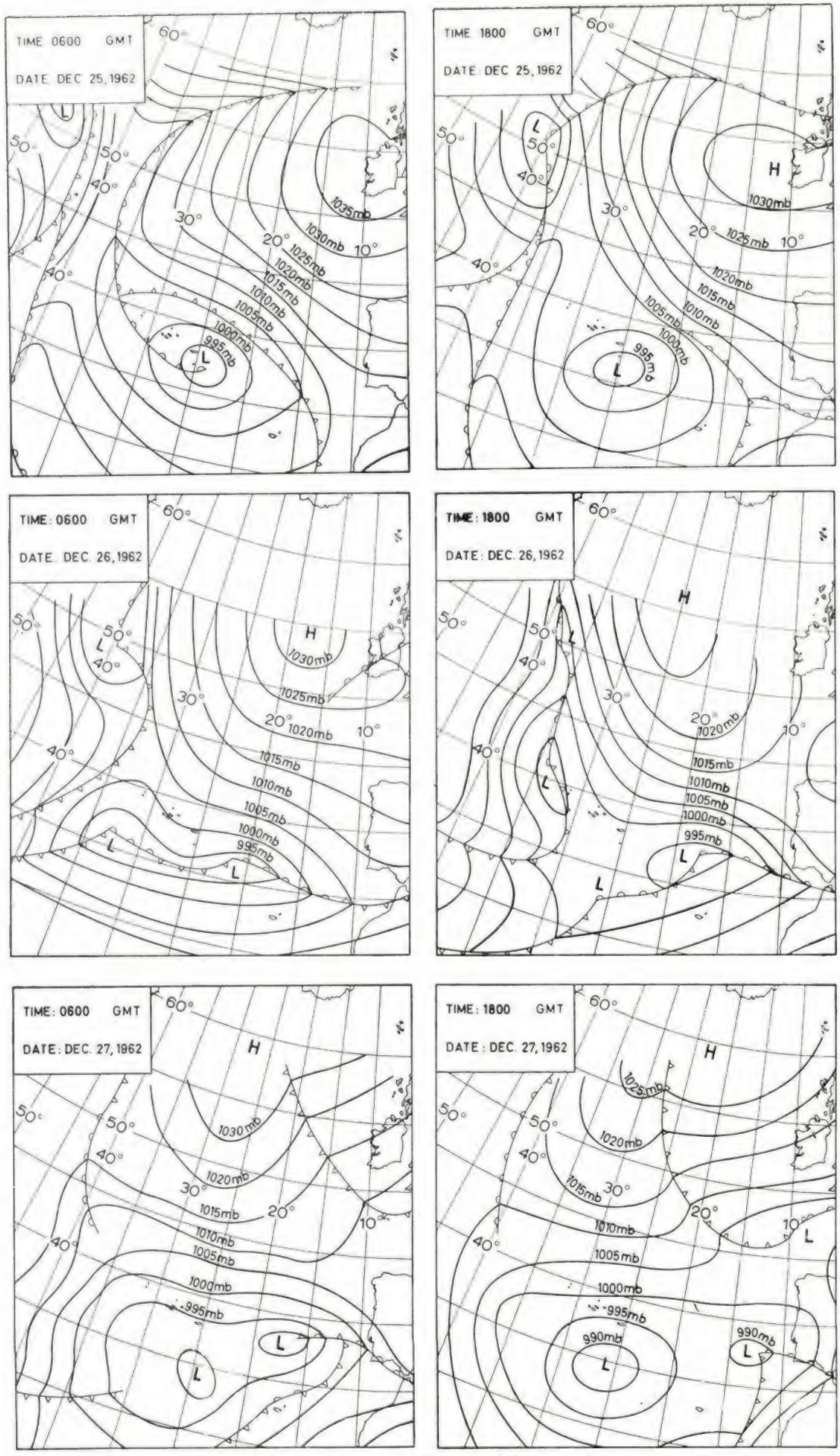
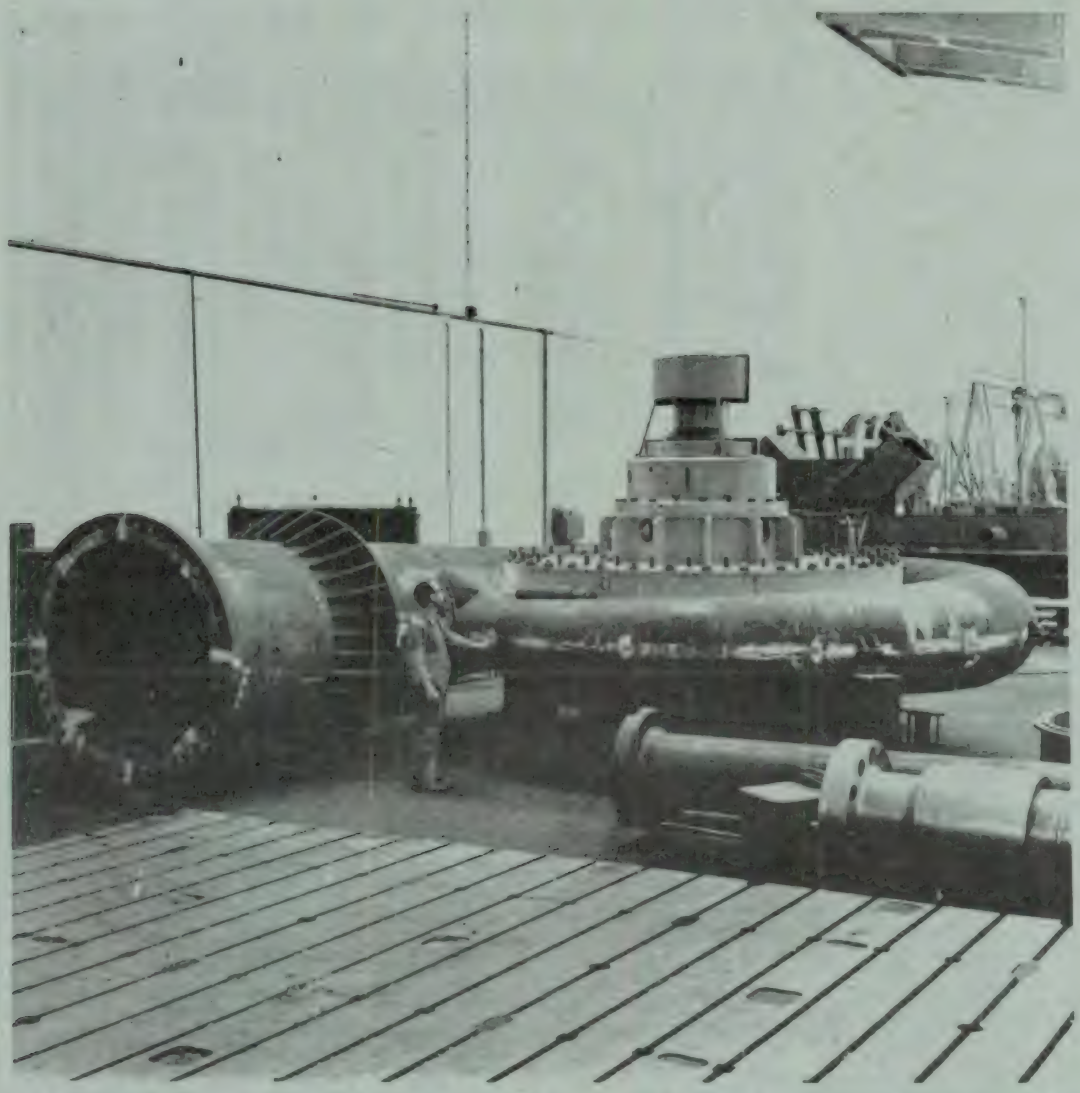


Fig. 4 — Cartas sinóticas dos Açores — Temporal de 25-27 de Dezembro de 1962

MAGUE



MONTAGEM EM BRANCO DUMA BOMBA DE ACUMULAÇÃO HPV 270, 17 m3/seg., 40.000 CV, DESTINADA À CENTRAL DO ALTO RABAGÃO E CONSTRUÍDA POR CONSTRUÇÕES METALOMECÂNICAS MAGUE, S.A.R.L., SEGUNDO PROJECTO E TÉCNICA SULZER FRÈRES.

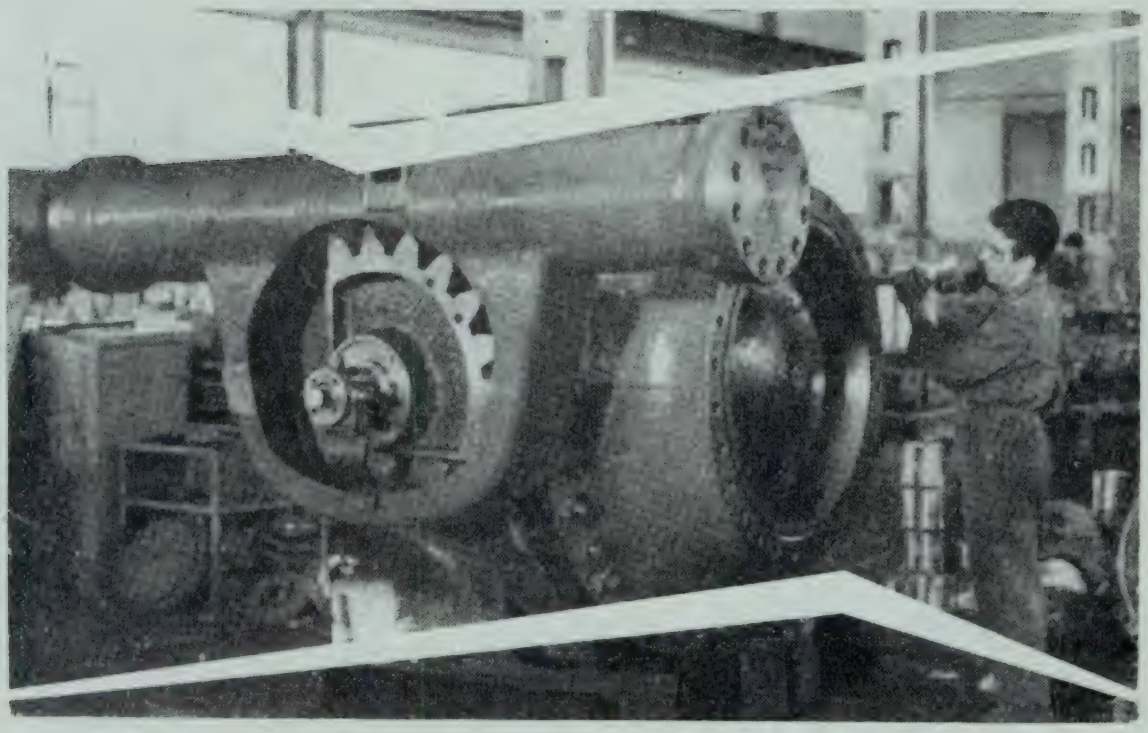
PONTES ROLANTES — *Projecto e fabrico*
GUINDASTES — *Projecto e fabrico*
APAR. DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS — *Projecto e fabrico*
TURBINAS HIDRÁULICAS — *Fabrico segundo licença de A. C. M. de Vevey*
TURBINAS A VAPOR — *Fabrico segundo licença de Brown Boveri, Cie*
EQUIPAMENTOS INDUSTRIAIS

CONSTRUÇÕES METALOMECANICAS **MAGUE** S.A.R.L.

ALVERCA DO RIBATEJO — PORTUGAL

aços vazados
ferros meehanite
mecânica MÉDIA E PESADA
construções metálicas

COMPORTAS
TURBINAS
CONDUTAS FORÇADAS
RESERVATÓRIOS SOB PRESSÃO
PERMUTADORES DE CALOR



Centrais Hidráulicas

Válvula Esférica para Lomaum

DIVISÃO METALO-MECÂNICA
COMPANHIA UNIÃO FABRIL

AVENIDA 24 DE JULHO, 170 — LISBOA 2 ✦ TELEFONES 67 04 21 E 67 20 61 ✦ TELEGRAMAS: METALOFABRIL

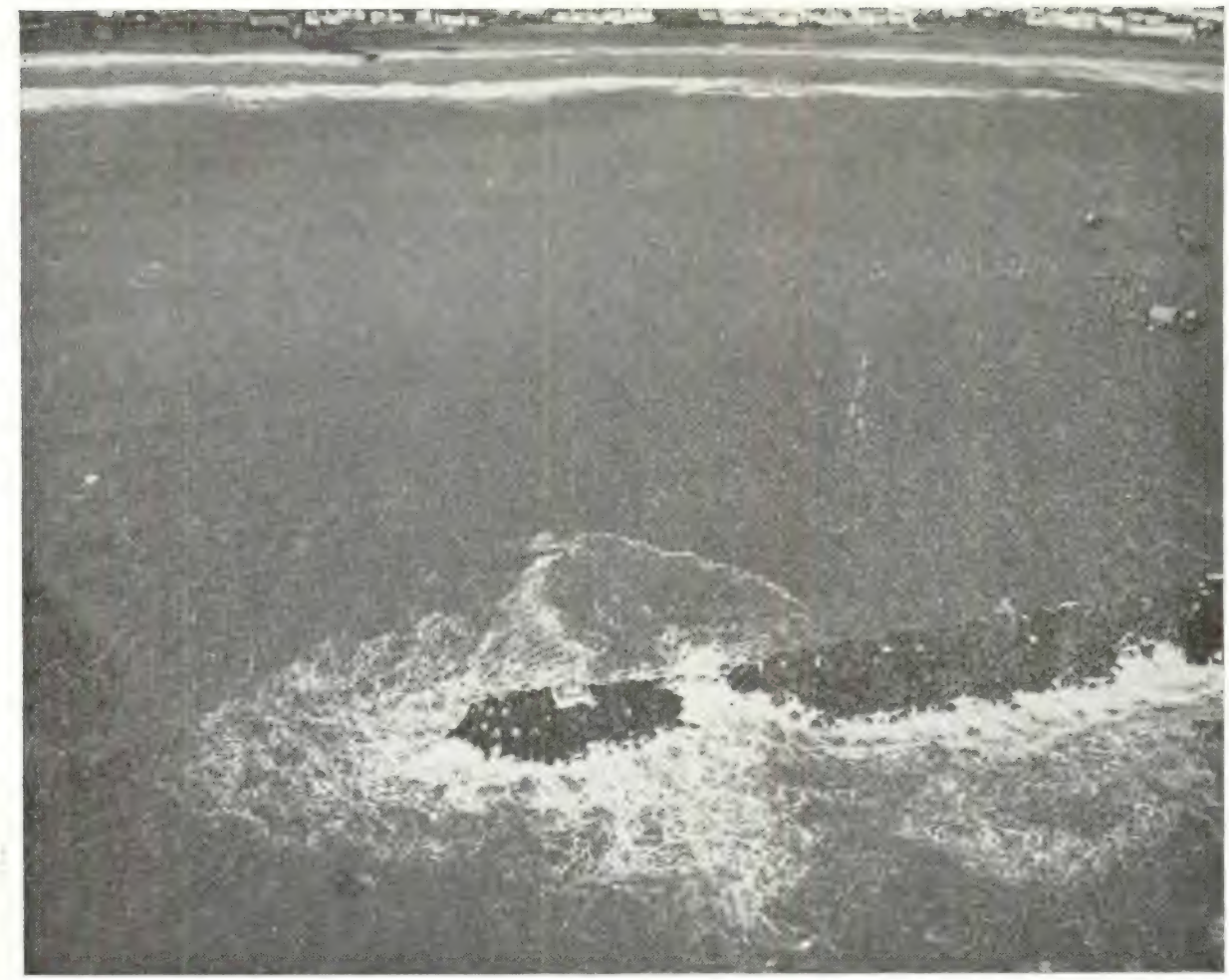


Fig. 5 — Vista do temporal e das avarias sofridas pelo molhe

mentos da categoria A que foram arrastados rolando pelo talude abaixo; depois foram os enrocamentos da categoria B que, já sem protecção, foram deslocados rolando também para o pé do talude; finalmente as vagas após terem também arrastado elementos do núcleo, empurraram os poucos elementos do talude interior, ainda em posição, para o lado do porto abrindo uma brecha no molhe como se verificou junto à cabeça do molhe. Não foi contudo possível a partir da análise dos levantamentos efectuados em Janeiro de 1963 deduzir o processo de ruína nas zonas submersas do perfil uma vez que aí se acumularam os enrocamentos que foram deslocados na parte superior do talude.

Na parte interior do perfil os galgamentos apenas deslocaram alguns enrocamentos da categoria B.

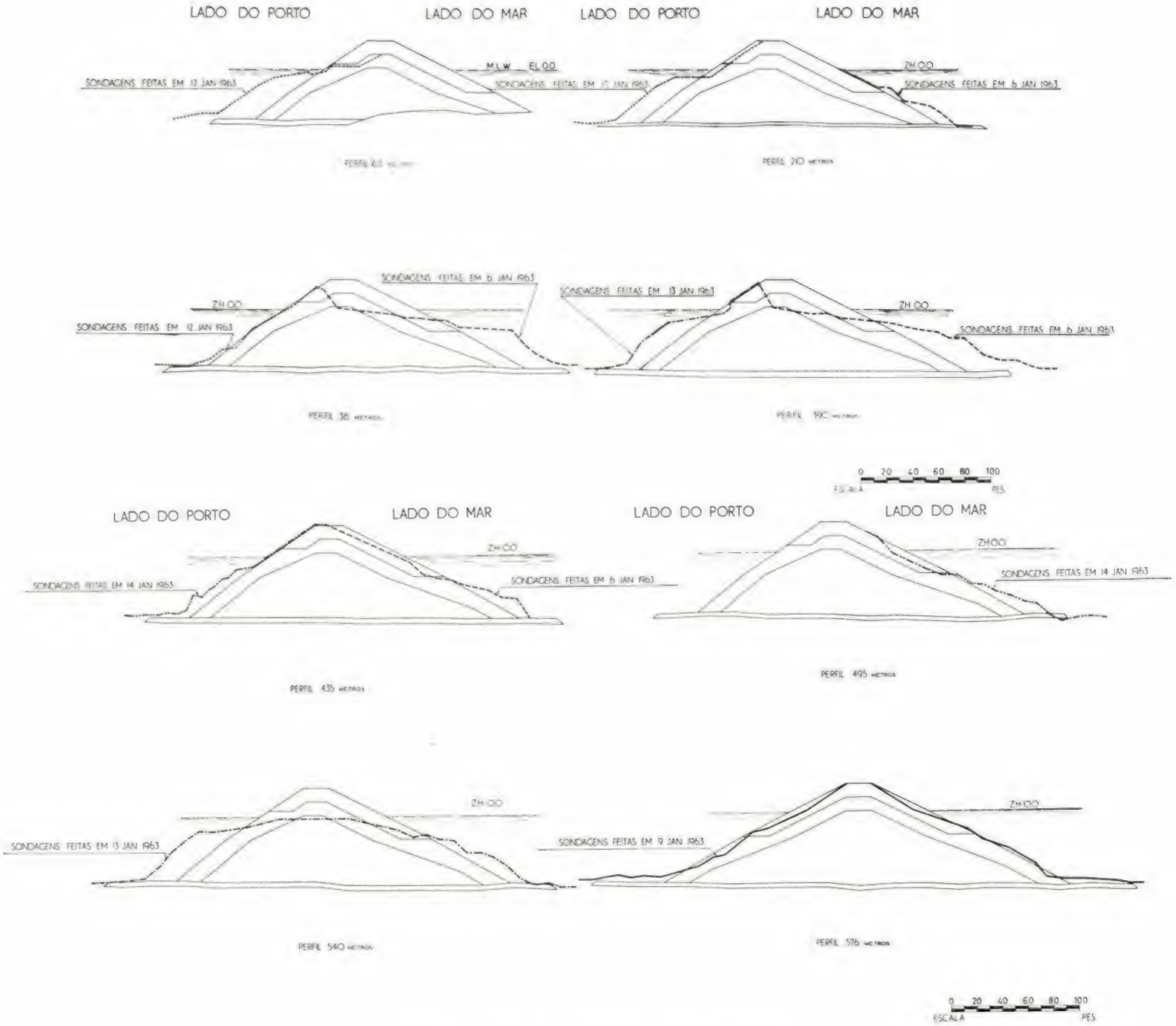
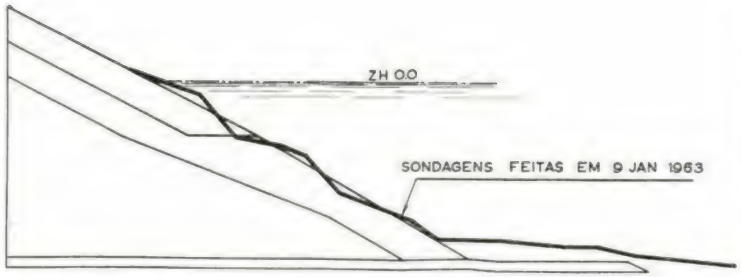
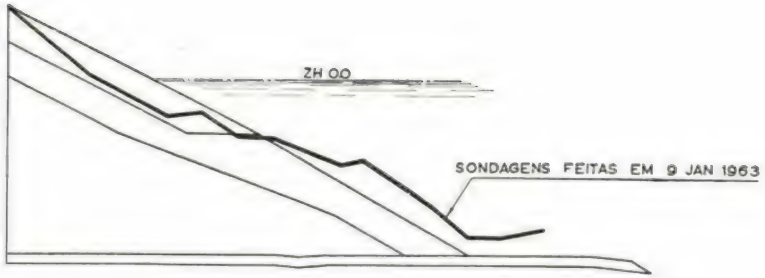


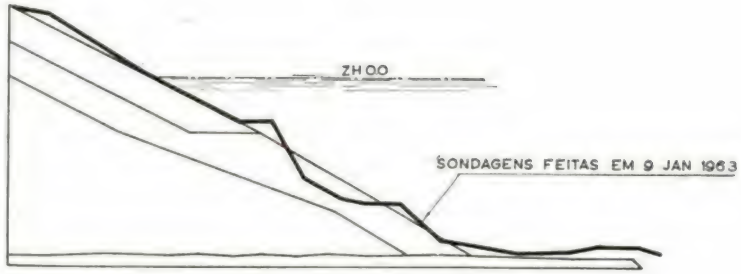
Fig. 6 — Perfis do quebramar após o temporal



PERFIL PARA SE



LINE 10' W PERFIL PARA SW



PERFIL N-S

Fig. 7 — Perfis da cabeça do molhe após o temporal

ÚNICA
573

Dois factores poderiam ter determinado esta irregularidade do processo de ruína: variações pronunciadas da altura da vaga ao longo do quebramar ou então irregularidades na construção que o temporal, superior ao de cálculo, teria posto em evidência.

O traçado de dois planos de ondulação, um com a direcção E ao largo e outro com a direcção E — 10° — N, mostrou que, para o primeiro rumo, o ataque da onda se fazia frontalmente verificando-se as seguintes variações de altura ao longo do quebramar: ligeira concentração no enraizamento, depois ligeira diminuição para a zona da cabeça onde, localmente, se verificou um abaixamento sensível, embora no troço imediatamente antes houvesse uma ligeira concentração de energia.

Para o segundo rumo a vaga atacava a obra com um ângulo pequeno, não indicando qualquer variação da altura da vaga ao longo do quebramar. A análise das fotografias feitas no decorrer do temporal mostra que o ataque se fez sempre frontalmente.

A variação da altura da vaga ao longo do molhe para a vaga de E ao largo explica a não existência de avarias na testa e a brecha no perfil adjacente, mas não consegue explicar o estado em que ficou a parte restante da obra onde alternam troços com avarias graves com troços pràticamente intactos. Independentemente do facto do quebramar ter sido atingido por vagas com altura superior à de cálculo e durante um largo espaço de tempo, aquelas diferenças parecem só serem explicadas por diferenças construtivas.

6 — ENSAIOS EM MODELO REDUZIDO

Com o intuito de esclarecer alguns pontos do processo de ruína do quebramar do porto a Praia da Vitória considerou-se de muito interesse realizar alguns ensaios em modelo reduzido.

Estes decorreram em canal de vagas considerando-se portanto apenas o caso do perfil corrente atacado frontalmente pela vaga.

Os ensaios, realizados à escala 1/50, foram inicialmente conduzidos para os níveis do preiamar e baixamar, sem variação de nível, e finalmente com variação de nível de modo a reproduzir a maré local.

Mostraram os ensaios que a reprodução da maré, ainda que por saltos, conduz a maiores avarias, para a mesma altura de vaga, que os realizados com um único nível de água. Por este facto as experiências foram conduzidas na sua parte final, com reprodução da maré e para várias alturas máximas de vaga.

Todos estes ensaios mostraram que as primeiras avarias ocorreram para vagas de cerca de 6 metros o que mostra que o molhe estava bem concebido tendo em atenção a altura de vaga utilizada no cálculo.

As primeiras avarias ocorreram na zona entre os níveis de baixamar e preiamar, rolando as pedras ao longo do talude e caindo na sua base. Depois, à medida que a altura da vaga ia crescendo a zona em que se registavam fugas do enrocamento era cada vez maior, estendendo-se tanto para o coroamento do molhe como para a zona submersa. Note-se contudo que os enrocamentos da categoria B abaixo da cota (— 17'.0) nunca foram deslocados, se bem que para as alturas de vaga mais elevadas esta zona já estivesse revestida com enrocamentos da categoria A que tinham sido deslocados da parte superior do talude.

O coroamento do molhe foi atingido, no processo de ruína, para altura de vaga de 7,50 metros.

Conclui-se daqui que a altura máxima do temporal foi sensìvelmente igual a este valor, pelo que os ensaios prosseguiram conservando esta altura durante o tempo correspondente aquele que em Praia da Vitória se mantiveram as condições mais desfavoráveis da vaga.

Note-se que no paramento interior do molhe, os enrocamentos da categoria B abaixo da cota (+5'.00) começaram a ser deslocados para alturas de agitação de cerca de 7,00 metros, o que vem corroborar a afirmação de que a altura máxima do temporal foi de cerca de 7,50 metros. Com efeito, para alturas superiores as avarias que se verificaram no talude interior seriam muito superiores do que as realmente se observaram em Praia da Vitória.

Também no talude exterior um aumento mesmo pequeno na altura de vaga acelerava extraordinàriamente o processo de ruína determinando, para alturas de vaga de 7,70 m, a formação de uma brecha do tipo da que se abriu junto à cabeça do molhe. Esta brecha pode, portanto, ser perfeitamente explicada pela ligeira concentração de energia que os planos de ondulação mostraram verificar-se nessa zona do molhe.

Se bem que para a onda máxima de 7,50 metros as avarias verificadas nos vários ensaios realizados fossem ligeiramente diferentes, não foi, contudo, possível encontrar uma explicação para a grande irregularidade das avarias que só se baseia em possíveis irregularidades na construção do molhe, possìvelmente resultantes de, em certos troços, terem sido colocados enrocamentos da categoria A de peso superior ao previsto no projecto. Com efeito, segundo informações colhidas localmente teve-se conhecimento da colocação de enrocamentos de 20 toneladas, embora não tenha sido possível saber em que perfis tais enrocamentos foram colocados.

7 — CONCLUSÕES

A análise conjunta da observação das avarias verificadas no quebramar da Praia da Vitória e dos ensaios em modelo reduzido permite extrair as seguintes conclusões:

— deve haver particular cuidado na determinanação dos maiores temporais que podem assolar uma obra marítima; uma deficiente fixação desse valor pode ocasionar sérias avarias como no caso presente; deve por isso haver a preocupação de estabelecer programas de observação com equipamento conveniente; além da determinação da probabilidade da ocorrência de vagas com determinada altura, importa ainda conhecer o máximo tempo possível de duração consecutiva desses temporais (no caso da Praia da Vitória a duração prolongada do temporal foi um dos factores determinantes do grau de avaria);

— todo o projecto de quebramar deve ser sujeito a ensaios em modelo reduzido não só para averiguar qualquer deficiência de projecto mas também conhecer o grau de segurança da obra e o seu comportamento para alturas de onda superiores à de cálculo;

— tendo-se verificado um paralelismo muito aceitável entre as avarias observadas na natureza e nos ensaios em modelo, estes permitem, em conjugação com o conhecimento do regime de agitação junto a um quebramar, o seu dimensionamento de modo que o custo total seja mínimo.

O autor exprime os seus agradecimentos ao engenheiro Leiria Gomes, director da Junta Autónoma do Porto de Angra do Heroísmo, que tornou possível, com o envio dos elementos de campo necessários, a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] — R. Y. Hudson — «Design of quarry-stone cover layers for rubble-wound breakwaters». U. S. Waterways Experiment Station — Research report No. 2-2 — 1958.

[2] — «Shore protection planning and design» — U. S. Corps of Engineering — Beach Erosion Board — Technical report No. 4 — 1961.

[3] — P. A. Hedar — «Stability of rock-fill breakwaters» — Doktorsavhandlingar vid Chalmers Tekniska Högskola — Göteborg 1960.

[4] — J. van de Kreek and A. Paape — «On Optimum breakwater design» — Proc. IX th Conf. on Coastal Engineering, Lisboa, 1964.

SUMÁRIO

O quebramar do porto da Praia da Vitória (Açores), sofreu graves avarias durante o temporal de 26-27 de Dezembro de 1962.

O autor analisa as avarias e compara-as com as obtidas em ensaio em modelo reduzido. Conclui sobre a premente necessidade de se estabelecer um programa sério de observações do regime de agitação nas zonas onde se pretende construir portos ou ampliar os já existentes e sobre a utilidade dos ensaios de estabilidade, das obras marítimas, apontando a concordância perfeita entre as avarias sofridas pelo quebramar da Praia da Vitória e as observadas em modelo.

SUMMARY

The breakwater of Praia da Vitória harbour (Azores) was seriously damaged during the storm of 26th-23th December 1962.

The author analyses the damages, comparing them with the results of model tests, and concludes that comprehensive programs of observations of wave conditions are urgently needed in areas where the construction or extension of ports is envisaged. The advantages of stability tests of maritime structures are indicated, the remarkable agreement between the damages underwent by the breakwater in Praia da Vitória and the results of the model tests being underlined.

CONGRESSO SOBRE FUNDAÇÕES PROFUNDAS

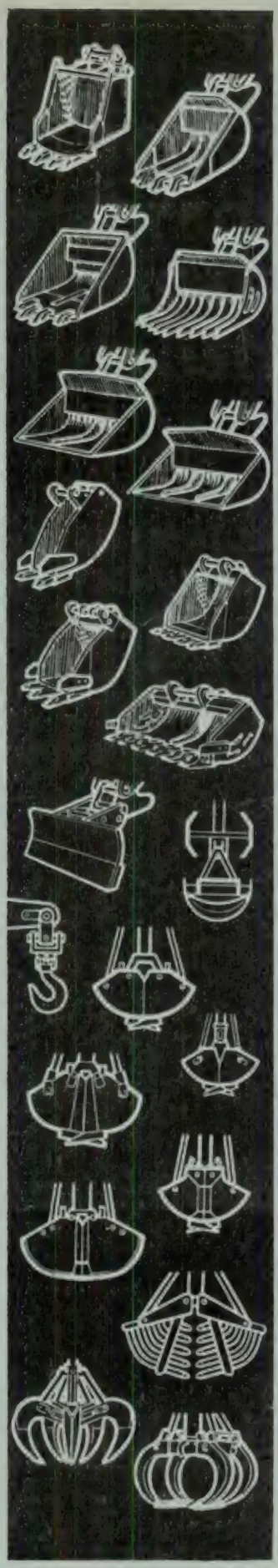
A Sociedade Mexicana de Mecânica do Solo com a colaboração da Sociedade Americana de Engenheiros Civis (ASCE), Divisão de Mecânica do Solo e Fundações, e a Sociedade Americana para Ensaios e Materiais dos Estados Unidos (ASTM), vai realizar de 7 a 12 de Dezembro de 1964 um Congresso sobre fundações profundas, cujas línguas oficiais serão o espanhol e o inglês.

Esta reunião, que terá lugar na cidade do México versará os seguintes assuntos:

I — Análise teórica da capacidade de carga e dos movimentos horizontais e verticais de fundações profundas, comparada com valores de ensaios de campo.
II — Ensaios em modelos relacionados com o tema geral do congresso.
III — Ensaios e observações de campo relativas a fundações profundas.
IV — Métodos e equipamentos usados na execução de estacas.
V — Casos especiais de estruturas com fundação profunda.

As comunicações deverão ser apresentadas até 15-10-64.

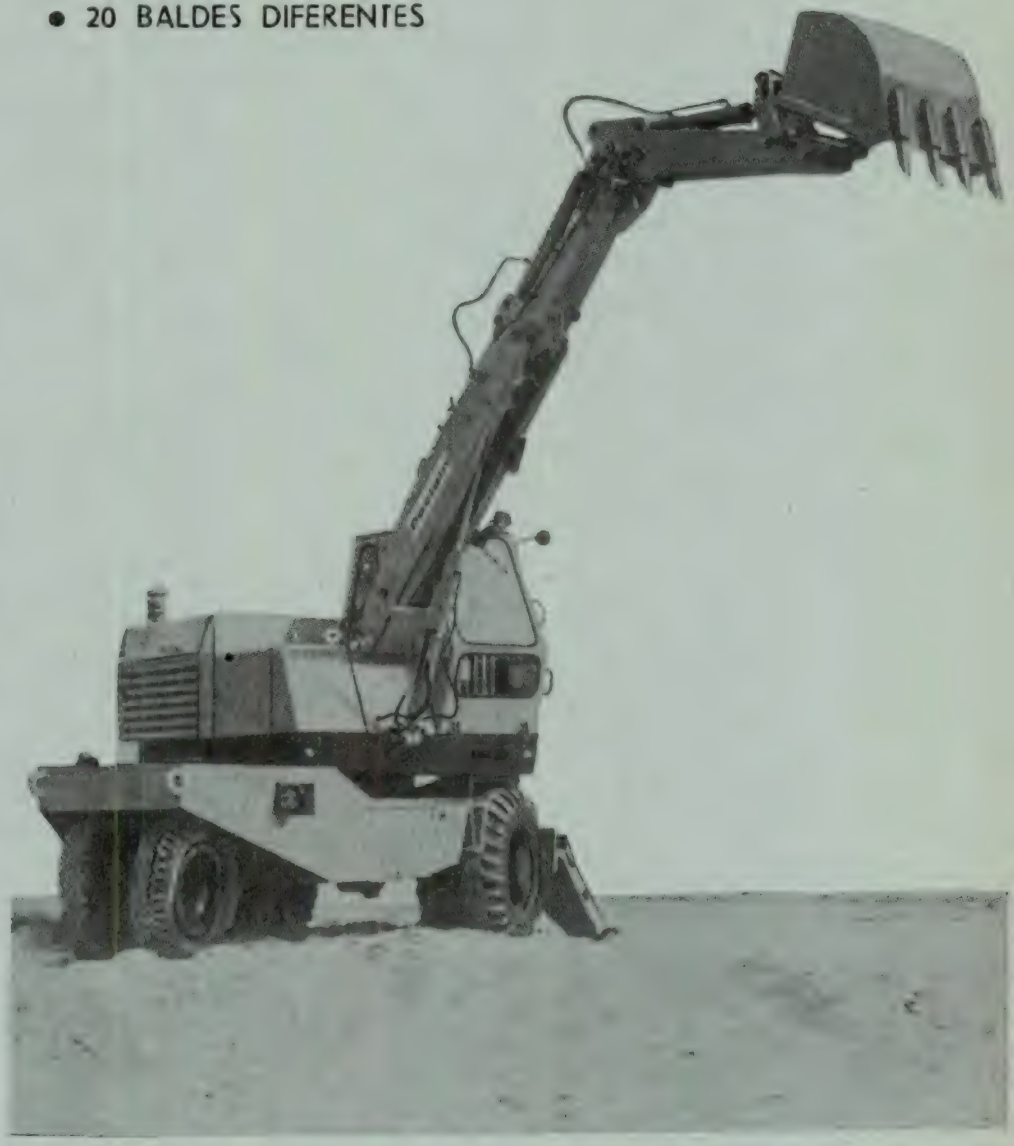
Qualquer pedido de informações deverá ser digido a Prof. Rafael Arias Nuvillo — Comisión de Congresos y Reuniones — Vértiz 800, 5.º Piso — México 12, D. F. — México.



Poclain T.Y. 45

Escavadora - Retro Escavadora - Grua

- POTÊNCIA AUMENTADA
- ROTAÇÃO TOTAL E CONTÍNUA
- ESTABILIDADE 100 %
- 20 BALDES DIFERENTES



REPRESENTANTES EXCLUSIVOS

Sociedade de Mecanização Industrial e Agrícola, S. A. R. L.
Avenida Padre Manuel da Nóbrega, 8-B-1.º — LISBOA
Telefone: 72 40 53/4/5

SMEIA

FANAFEL

FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS

SOCIEDADE LIMITADA

APART.: 9
TELEF.: 52093—52094
TELEG.: FELTROS

OVAR
PORTUGAL

ESCRITÓRIO E FÁBRICA
ESTRADA DE S. JOÃO

FELTROS, FILTROS E TECIDOS INDUSTRIAIS PARA TODOS OS FINS:

EM PEÇAS, PANOS, MANGAS OU SACOS, DE QUALQUER FIBRA

PASTA PARA PAPEL
PAPEL
FIBROCIMENTO
CURTUMES
FIAÇÕES DE ALGODÃO
LINHAS
INDÚSTRIAS QUÍMICAS

TECELAGENS
ACABAMENTOS
TINTURARIAS
LAVANDARIAS
ESTAMPARIAS
FILTROS
DESPOEIRAGEM

FLUIDO E MASTIC

IMPERMEABILIZAÇÕES

TORNA TUDO ESTANQUE

Impermeabilização e vedação perfeita de:

Terraços, Empenas, Algerozes, Clarabóias, Paredes húmidas, Coberturas, Fendas, Juntas de dilatação, etc., etc.

Fácil aplicação — Elasticidade excepcional
Não endurece nem apodrece

ROOFATEX **À base de borracha + alumínio**

Reforça a acção impermeabilizante do «Rubio», dando às construções um aspecto agradável — Protege todos os materiais contra a humidade, a ferrugem e a corrosão

RUBIO E ROOFATEX dois produtos que se completam

Representante exclusivo: Orlando Fernandes

Rua Palmira, 46-A-B-C — LISBOA-1 — Telefs. 83 01 63 - 84 26 39 — End. telog. «ORFER»

C. D. U. 534.111

VIBRAÇÕES FORÇADAS DE SISTEMAS NÃO LINEARES COM ELASTICIDADE DO TIPO $k(x \pm \varepsilon x^3)$

Pelo Eng.º Mec. (I. S. T.)
JORGE NEVES DA SILVA
(Assistente no I. S. T.)

1 — INTRODUÇÃO

Num trabalho anterior [1] (*) abordámos o estudo das vibrações de sistemas não amortecidos de elasticidade do tipo $k(x \pm \varepsilon x^3)$, em regime livre, e com um grau de liberdade. No intuito de completar aquele trabalho propomo-nos agora apresentar alguns métodos para o estudo do referido sistema em regime forçado, tendo o cuidado de descrever sumàriamente aqueles que são vulgarmente conhecidos para podermos efectuar uma crítica comparativa.

2 — SISTEMAS COM ELASTICIDADE SIMÉTRICA

O modelo matemático que consideraremos terá a forma

$$m\ddot{x} + k(x + \varepsilon x^3) = F(t) \qquad \varepsilon \gtrless 0$$

ou

$$\ddot{x} + \omega_0^2 (x + \varepsilon x^3) = p(t) \qquad (1)$$

em que x significa como habitualmente $\frac{d^2x}{dt^2}$, e sendo:

- m — massa pontual equivalente;
- k — característica da mola linear equivalente nas zonas das deformações infinitesimais;
- ε — factor de não linearidade;
- ω_0 — frequência própria angular (pulsação) do sistema linearizado em torno da posição de repouso;
- x_0 — amplitude da deformação x sempre positiva ($x_0 \geqslant 0$);
- $F(t), F(\nu t)$ — função perturbadora periódica de frequência angular fundamental ν, de amplitude F_0;
- $p(t), p(\nu t)$ — função perturbadora normalizada ($m = 1$) de amplitude p_0.

Introduzindo os coeficientes adimensionais

$$x = \sqrt{\varepsilon}\, x \quad ; \quad x_0 = \sqrt{\varepsilon}\, x_0 \qquad \text{para} \quad \varepsilon > 0$$

$$x = \sqrt{-\varepsilon}\, x \quad ; \quad x_0 = \sqrt{-\varepsilon}\, x_0 \qquad \text{para} \quad \varepsilon < 0$$

$$\Delta = \frac{\sqrt{\varepsilon}\, p}{\omega_0^2} \quad ; \quad \Delta_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon}\, p_0}{\omega_0^2} \qquad \text{para} \quad \varepsilon > 0$$

$$\Delta = \frac{\sqrt{-\varepsilon}\, p}{\omega_0^2} \quad ; \quad \Delta_0 = \frac{\sqrt{-\varepsilon}\, p_0}{\omega_0^2} \qquad \text{para} \quad \varepsilon < 0$$

$$c = \frac{\nu}{\omega_0} = \frac{f_\nu}{f_0}$$

em que $f_\nu = \frac{\nu}{2\pi}$ e $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$

(1) ficará

$$\frac{\ddot{x}}{\omega_0^2} + x \pm x^3 = \Delta \qquad (2)$$

vindo os sinais + ou — consoante é $\varepsilon > 0$ ou $\varepsilon < 0$.

Dado que o princípio da sobreposição não é válido para os sistemas não lineares, não tem interesse especial a consideração de uma perturbação sinusoidal pura. No entanto, porque, de certo modo, é uma perturbação padrão, normalmente suporemos os sistemas actuados por funções $p_0 \sin \nu t$ ou $p_0 \cos \nu t$.

2.1. — *Função perturbadora elíptica*

Este método tem a vantagem de ser exacto mas implica uma forma especial para a perturbação, sinusoide ou cosinusoide elípticas de

(*) Números entre parêntesis rectos referem-se à bibliografia indicada.

parâmetro variável com a amplificação, com o factor ε e com a relação de frequências. Hsu [2] designa esta perturbação ideal por «favorável», na medida em que é a função que se ajusta ao movimento, isto é, supõe-se que a função perturbadora é tal que tem sempre a forma exacta do movimento do sistema perturbado, oscilando este em fase ou em oposição mas nunca desfasado (por não haver amortecimento). Transforma-se assim um sistema forçado num outro auto-excitado.

Seja então na equação (2)

$$\Delta(\nu t) = \alpha\, x \tag{3}$$

em que α é uma constante a determinar. Em particular

$$\Delta_0 = \alpha\, x_0$$

e (2) virá

$$\frac{\ddot{x}}{\omega_0^2} + \left(1 - \frac{\Delta_0}{x_0}\right) x \pm x^3 = 0 \tag{4}$$

A integração desta equação diferencial origina soluções dependentes do sinal do coeficiente $\left(1 - \frac{\Delta_0}{x_0}\right)$ e do sinal de x^3 e pode efectuar-se tal como fizemos em [1], embora, para abreviar a exposição, nos limitemos a verificar soluções propostas.

$\frac{\Delta_0}{x_0}$ virá positivo ou negativo consoante o sistema vibra em fase ou em oposição de fase com a força perturbadora.

Convirá apresentar os diagramas da deformação elástica imaginária, e de fase, do sistema livre que caracteriza o modelo matemático obtido em (4).

Uma vez que o sistema deve oscilar com uma frequência imposta, entre as quatro hipóteses admissíveis (fig. 1 a 4) só é possível encontrar soluções para $\Delta_0 < x_0$ com $\varepsilon > 0$ (fig. 1) ou $\varepsilon < 0$ (fig. 2), e para $\Delta_0 > x_0$ com $\varepsilon > 0$ (fig. 3). Nesta última hipótese o sistema oscilará em torno de um dos centros de estabilidade (a,o) ou (— a,o) desde que

$$x_0 < |x_1| \quad \text{e} \quad \begin{cases} \varepsilon > 0 \\ \Delta_0 > x_0 \end{cases}$$

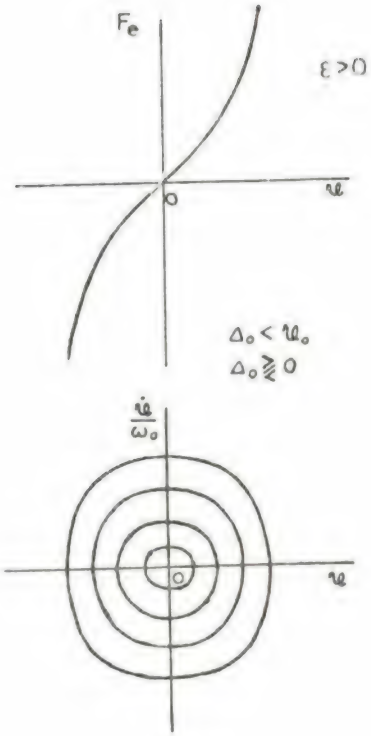


Fig. 1

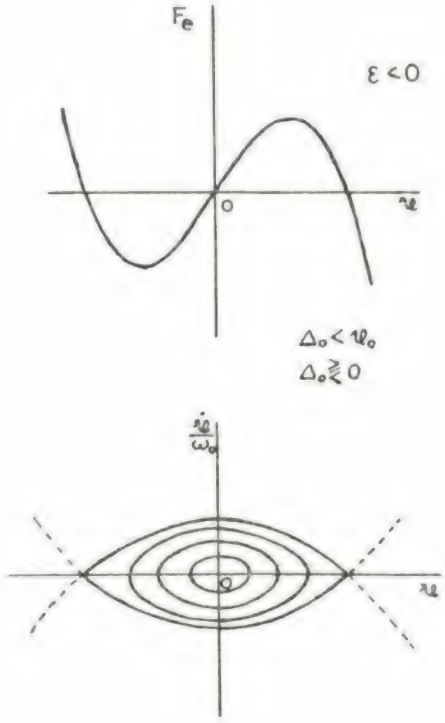


Fig. 2

ou em torno do ponto de equilíbrio para o sistema em repouso (o,o), desde que

$$x_0 > |x_1| \quad \text{e} \quad \begin{cases} \varepsilon > 0 \\ \Delta_0 > x_0 \end{cases}$$

em que x_1 representa um dos pontos de fronteira $(-x_1, o)$ ou $(+x_1, 0)$ (ver fig. 3).

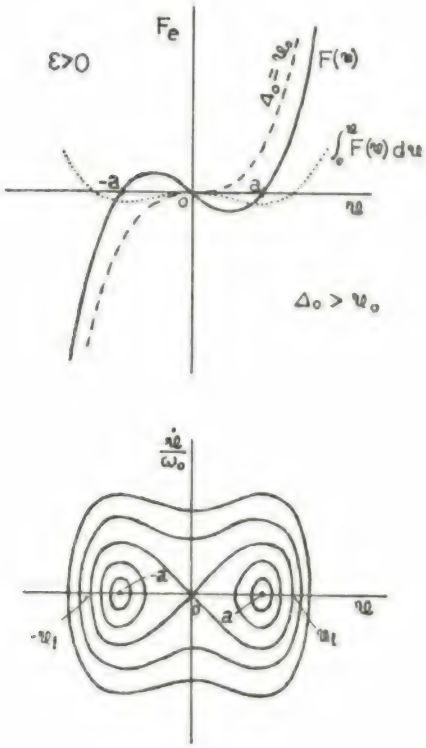


Fig. 3

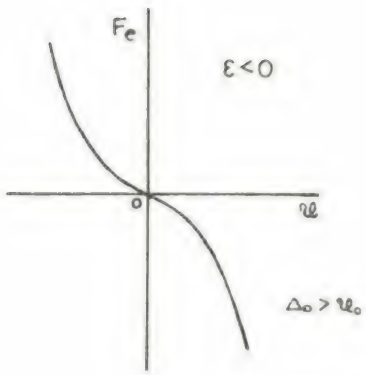


Fig. 4

Os centros de estabilidade obtêm-se fazendo

$$F_e = F(x) = \left(1 - \frac{\Delta_0}{x_0}\right) x + x^3 = 0$$

donde

$$x_1 = a = \sqrt{\frac{\Delta_0}{x_0} - 1}$$

$$x_2 = -a = -\sqrt{\frac{\Delta_0}{x_0} - 1}$$

Os pontos de fronteira virão dados por

$$\int_0^{x_1} F(x)\, dx = 0$$

e, substituindo,

$$x_1^3 + 2x_1 - 2\Delta_0 = 0$$

ou

$$\Delta_0 = x_1 + \frac{1}{2} x_1^3$$

2.1.1. Solução em cn

Suponhamos que uma solução da equação diferencial (4) é o coseno elíptico

$$x = x_0 \, cn\left(u \mid \mu\right)$$

em que o argumento u se relaciona com a frequência angular fundamental da perturbação (ν) através da expressão $u = \frac{2K}{\pi} \nu \, (t - t_0)$ obtida por desenvolvimento em série de Fourier da função cn u [3, pág. 13] (*). K é o i.e.j. completo de 1.ª espécie.

Derivando (5) duas vezes

$$\dot{x} = x_0 \frac{2K}{\pi} \nu \, sn(u \mid \mu)\, dn(u \mid \mu)$$

$$\ddot{x} = x_0 \left(\frac{2K}{\pi} \nu\right)^2 \left[-cn(u \mid \mu)\, dn^2(u \mid \mu) + sn^2(u \mid \mu)\, cn(u \mid \mu)\right]$$

(*) $$cn\left(u \mid \mu\right) = \frac{2\pi}{\mu^{1/2} K} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{q^{s+1/2}}{1 + q^{2s+1}} \cos\left[\frac{(2s+1)\pi u}{2K}\right]$$

com

$$K = K(\mu) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{[1 - \mu \sin^2\theta]^{1/2}}$$

$$K'(\mu) = K(1 - \mu) \qquad q = e^{-\pi \frac{K'}{K}}$$

e tendo em atenção as relações entre sn, cn e dn [3, pág. 16]

$$\ddot{x} = x_0 \left(\frac{2K}{\pi}\nu\right)^2 [(2\mu - 1)\,\mathrm{cn}\,(u\,|\,\mu) - 2\mu\,\mathrm{cn}^3\,(u\,|\,\mu)] \tag{6}$$

Substituindo (6) e (5) em (4) e tendo em conta os coeficientes adimensionais, virá

$$x_0\left[(2\mu - 1)\left(\frac{2K}{\pi}\right)^2 c^2 + \left(1 - \frac{\Delta_0}{x_0}\right)\right]\mathrm{cn}\,(u\,|\,\mu) +$$

$$+ x_0\left[-2\mu\left(\frac{2K}{\pi}\right)^2 c^2 \pm x_0^2\right]\mathrm{cn}^3\,(u\,|\,\mu) = 0 \tag{7}$$

Para que a equação (7) se verifique independentemente dos valores da função cn $(u\,|\,\mu)$ é necessário e suficiente que

$$\begin{cases} (2\mu - 1)\left(\dfrac{2K}{\pi}\right)^2 c^2 + \left(1 - \dfrac{\Delta_0}{x_0}\right) = 0 \\ -2\mu\left(\dfrac{2K}{\pi}\right)^2 c^2 \pm x_0^2 = 0 \end{cases} \tag{8}$$

que pode tomar a forma

$$\begin{cases} \mu = \dfrac{\pm x_0^3}{2\,x_0 - 2\,\Delta_0 + 2\,x_0^3} \\ K = K\,(\mu) \quad \text{(tabelas [3, pág. 106 109])} \\ c^2 = \dfrac{\pm x_0^2}{2\mu\left(\dfrac{2K}{\pi}\right)^2} \end{cases} \tag{8'}$$

O parâmetro μ só pode tomar valores entre zero (cn = cos) e 1 (cn = ch). Para que (5) seja uma solução periódica terá que ser $c^2 > 0$ e só serve o sinal + nas expressões (8'), e portanto dessas mesmas expressões se conclui que

$$\varepsilon > 0$$

$$\Delta_0 < x_0 + \frac{1}{2}\,x_0^3$$

O sistema oscilará:

— para $\Delta_0 < x_0$, como se indica na fig. 1;

— para $x_0 < \Delta_0 < x_0 + \frac{1}{2}\,x_0^3$, como se indica na fig. 3, em torno da origem.

2.1.2. Solução em sn

Suponhamos agora para solução de (4) o seno elíptico

$$x = x_0\ \mathrm{sn}\ (u\,|\,\xi) \tag{9}$$

em que o argumento u se relaciona com a frequência angular fundamental da perturbação (ν) pela expressão já apresentada em 2.1.1

$$u = \frac{2K}{\pi}\,\nu\,(t - t_0)$$

do mesmo modo obtida através do desenvolvimento em série de Fourier de sn u [3, pág. 13] (*).

Derivando (9) duas vezes virá como em (6).

$$\ddot{x} = x_0\left(\frac{2K}{\pi}\nu\right)^2\left[(-1 - \xi)\ \mathrm{sn}\ (u/\xi) + \right.$$

$$\left. + 2\,\xi\ \mathrm{sn}^3\ (u/\xi)\right] \tag{10}$$

e (7) será agora

$$x_0\left[(-\xi - 1)\left(\frac{2K}{\pi}\right)^2 c^2 + \left(1 - \frac{\Delta_0}{x_0}\right)\right]\mathrm{sn}\,(u/\xi) +$$

$$+ x_0\left[2\,\xi\left(\frac{2K}{\pi}\right)^2 c^2 \pm x_0^2\right]\mathrm{sn}^3\,(u/\xi) = 0 \tag{11}$$

e tal como em (8)

$$\begin{cases} (-\xi - 1)\left(\dfrac{2K}{\pi}\right)^2 c^2 + \left(1 - \dfrac{\Delta_0}{x_0}\right) = 0 \\ 2\,\xi\left(\dfrac{2K}{\pi}\right)^2 c^2 \pm x_0^2 = 0 \end{cases} \tag{12}$$

podendo tomar a forma

$$\begin{cases} \xi = \dfrac{\pm x_0^3}{x_0^3 - 2\,x_0 + 2\,\Delta_0} \\ K = K\,(\xi) \quad \text{(tabelas, [3, pág. 106/109])} \\ c^2 = \dfrac{\pm x_0^2}{-2\,\xi\left(\dfrac{2K}{\pi}\right)^2} \end{cases} \tag{12'}$$

(*) $\mathrm{sn}\,(u/\xi) = \dfrac{2\pi}{\xi^{1/2}\,K}\displaystyle\sum_{s=0}^{\infty}\dfrac{q^{s+1/2}}{1 - q^{2s+1}}\sin\left[\dfrac{(2s+1)\,\pi u}{2K}\right]$

com

$$K = K\,(\xi) = \int_0^{\pi/2}\frac{d\,\theta}{[1 - \xi\sin^2\theta]^{1/2}}$$

$$K'\,(\xi) = K\,(1 - \xi) \qquad q = e^{-\pi\frac{K'}{K}}$$

O parâmetro ξ só pode tomar valores entre zero (sn $\equiv$ sin) e 1 (sn $\equiv$ sh). Portanto para que (9) seja uma solução periódica terá que ser $c^2 > 0$ e só serve o sinal — das expressões (12'). De (12') conclui-se que

$$\varepsilon < 0$$

$$\Delta_0 < x_0 \, (1 - x_0^2)$$

O sistema oscila como se indicou na fig. 2.

2.13. Solução em dn

Supondo agora para solução de (4) a função

$$x = x_0 \, \mathrm{dn} \, (u/\eta) \qquad (13)$$

em que u se relaciona com ν através da expressão

$$u = \frac{K}{\pi} \nu \, (t - t_0)$$

obtida pela apreciação do desenvolvimento em série de Fourier de dn u [3, pág. 13] (*).

Derivando (13) duas vezes

$$\ddot{x} = x_0 \left(\frac{K}{\pi} \nu\right)^2 \left[(2 - \eta) \, \mathrm{dn} \, (u/\eta) - 2 \, \mathrm{dn}^3 \, (u/\eta)\right] \qquad (14)$$

e, tal como em (7), será agora

$$x_0 \left[(2-\eta)\left(\frac{K}{\pi}\right)^2 c^2 + \left(1 - \frac{\Delta_0}{x_0}\right)\right] \mathrm{dn} \, (u \mid \eta) + $$
$$+ x_0 \left[-2\left(\frac{K}{\pi}\right)^2 c^2 \pm x_0^2\right] \mathrm{dn}^3 \, (u \mid \eta) = 0$$

vindo em vez de (8)

$$\begin{cases} (2-\eta)\left(\frac{K}{\pi}\right)^2 c^2 + \left(1 - \frac{\Delta_0}{x_0}\right) = 0 \\ -2\left(\frac{K}{\pi}\right)^2 c^2 \pm x_0^2 = 0 \end{cases} \qquad (16)$$

podendo escrever-se ainda

$$\begin{cases} \eta = \dfrac{2 x_0^3 \pm 2 \, (x_0 - \Delta_0)}{x_0^3} \\ K = K \, (\eta) \\ c^2 = \dfrac{\pm x_0^2}{2 \left(\dfrac{K}{\pi}\right)^2} \end{cases} \qquad (16')$$

O parâmetro η só pode tomar valores entre zero (dn $\equiv$ 1) e 1 (dn $\equiv$ sech), e então para que (13) seja uma solução periódica terá que ser $c^2 > 0$ e só serve o sinal + em (16'). Destas expressões se conclui que

$$\begin{cases} \varepsilon > 0 \\ x_0 + \dfrac{1}{2} x_0^3 < \Delta_0 < x_0 + x_0^3 \end{cases}$$

oscilando o sistema como se indicou na fig. 3 em torno dos pontos (— a,o) ou (+ a,o).

2.1.4. Representação gráfica

O gráfico I apresenta as famílias de curvas de amplificação do movimento do sistema, paramétricas em Δ_0 — amplitude da força perturbadora.

Os sistemas macios ($\varepsilon < 0$) estão representados em ordenadas negativas e o movimento é do tipo definido pela equação (9).

Os sistemas duros ($\varepsilon > 0$) estão representados em ordenadas positivas e o movimento é do tipo definido pela equação (5) no domínio $\Delta_0 < x_0 + \frac{1}{2} x_0^3$. No domínio $x_0 + \frac{1}{2} x_0^3 < \Delta_0 < x_0 + x_0^3$ o movimento existe também com a forma (13) desde que, evidentemente, seja esta a forma da perturbação (curvas a ponteado).

Nota 1: Os sistemas de equações transcendentes (8'), (12') e (16') resolvem-se com uma certa facilidade partindo de pares de valores arbitrados para x_0 e Δ_0. Das primeiras equações extraem-se os valores dos parâmetros (μ, ξ ou η), nas segundas equações determinam-se os respectivos i.e.j. completos (K) por meio de tabelas de correspondências [3, pág. 106/109], e finalmente pelas terceiras equações obtêm-se os valores de c que correspondem aos pares (x_0, Δ_0) inicialmente arbitrados. Como as correspondências K (μ), K (ξ) e K (η) são biunívocas, e dado que c

(*) $\mathrm{dn} \, (u/\eta) = \dfrac{\pi}{2K} + \dfrac{2\pi}{K} \sum_{s=1}^{\infty} \dfrac{q^s}{1 + q^{2s}} \cos \dfrac{s \pi u}{K}$

com

$$K = K \, (\eta) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{[1 - \eta \sin^2 \theta]^{1/2}}$$

$$K' \, (\eta) = K \, (1 - \eta) \qquad q = e^{-\pi \frac{K'}{K}}$$

só pode ser positivo, fàcilmente se conclui das primeiras equações que podem existir três valores para x_0, o que acontece em relação às soluções em cn para $c > 1$, e em sn para $c < 1$ (ver o gráfico I).

Nota 2: Quando $\varepsilon \to 0$, $x_0 \to 0$, o que significa que, para sistemas lineares, todo o gráfico se concentra sobre o eixo das abscissas, não perdendo em teoria a sua validade quando $\varepsilon = 0$. É possível intensificar as famílias de curvas na região dos x_0 pequenos, ampliando sucessivamente a escala das ordenadas até atingir (em teoria com amplificação infinita) pràticamente a forma das curvas de amplificação no caso linear.

Nota 3: Para cada valor de K (ou do parâmetro que lhe corresponde) há uma relação linear entre c e x_0 [ver as terceiras equações de (8'), (12') e (16')]. As famílias de rectas centradas na origem que se apresentam no gráfico I, sendo linhas de parâmetro constante, são indicativo da forma da perturbação (e, por conseguinte, do movimento), e para que haja uma noção imediata da sua configuração, traçaram-se: três sinusoides de parâmetros $\xi = 0$, $\xi = 0{,}5$ e $\xi = 0{,}9$, além da curva limite (rectangular) para $\xi = 1$; e três cosinusoides de parâmetros $\mu = 0$, $\mu = 0{,}5$ e $\mu = 0{,}9$, além da curva limite (de impulsos) para $\mu = 1$. Verifica-se que as formas das curvas pouco diferem das funções circulares até ao parâmetro de valor 0,5, esperando-se pequena alteração no diagrama na hipótese de perturbação sinusoidal pura, na zona compreendida entre as duas rectas de $\mu = 0{,}5$ e $\xi = 0{,}5$, passando pelo eixo das abscissas.

Também se representou a função dn para $\eta = 0$, $\eta = 0{,}5$ e $\eta = 0{,}9$ (vindo para $\eta = 1$ o mesmo que cn para $\mu = 1$), embora este tipo de oscilação não apresente interesse, visto que se trata de oscilação provocada por uma força de valor médio diferente de zero (a traço interrompido no diagrama). No caso especial de ser $\eta = 0$ a força será estática, provocando uma deformação também estática do sistema (pontos de encontro das curvas a ponteado com as de traço interrompido).

Nota 4: Não abordaremos neste trabalho o aspecto da estabilidade das soluções. Este problema tem sido satisfatòriamente tratado, (ver por exemplo [4, pág. 213 e seg.]). No gráfico I marcaram-se as linhas (a traço interrompido) que limitam as zonas de instabilidade (na fig. 5, áreas tracejadas). Depende das condições transitórias da oscilação, o sistema seguir os ramos estáveis superior ou inferior, uma vez que o terceiro ramo é instável nas zonas de correspondência indeterminada entre c e x_0.

Nas condições reais, uma vez que existe amortecimento, as curvas fecham-se tal como acontece nos sistemas lineares, e a amplitude da oscilação cai bruscamente do ramo superior para o inferior quando se provoca um aumento de frequência quando $\varepsilon > 0$, ou uma diminuição de frequência quando $\varepsilon < 0$, ou salta bruscamente do ramo inferior para o ramo superior se a frequência desce quando $\varepsilon > 0$, ou se sobe quando $\varepsilon < 0$, assim que se atingem pontos das curvas com tangente vertical (fig. 5).

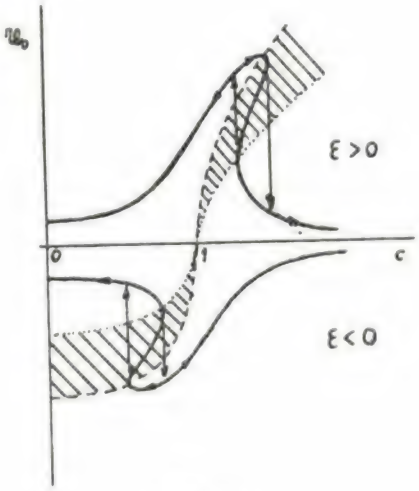


Fig. 5

Há que tomar em consideração que, para a mesma frequência (tal como estamos a abordar este problema), às três soluções x_0, correspondem diferentes valores de K (ou dos parâmetros), e portanto, diferentes formas da função perturbadora, porque diferentes serão também os coeficientes de elasticidade linear na equação (4).

2.2. *Função perturbadora sinusoidal*

A equação diferencial (2) toma a forma

$$\frac{\ddot{x}}{\omega_0^2} + x \pm x^3 = \Delta_0 \cos \nu t \qquad (17)$$

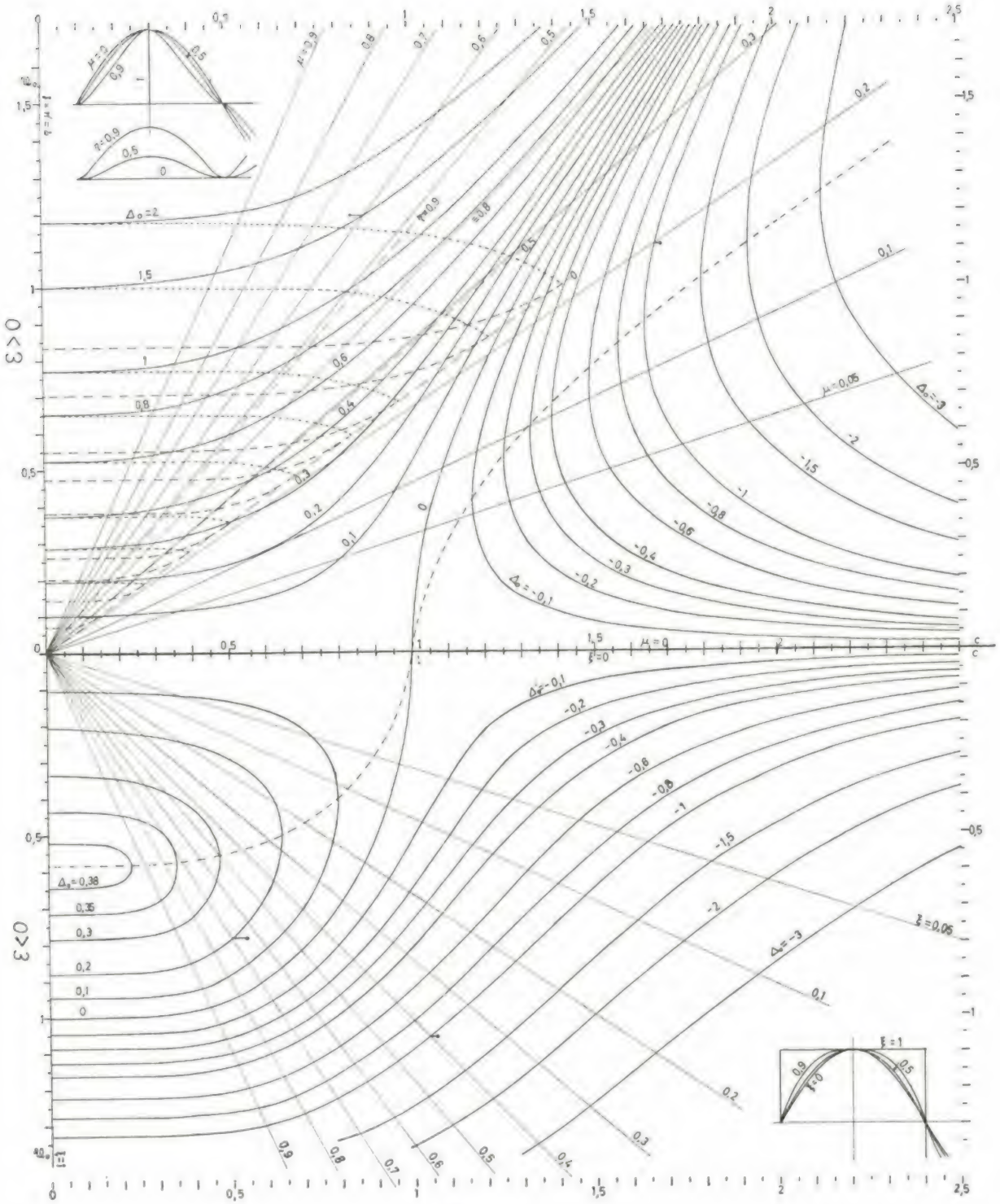

0<3
0<3
$\Delta_0=2$
$\Delta_0=-3$
$\Delta_0=-0,1$
$\Delta_0=0,38$
$\mu=0,05$
$\mu=0$
$\xi=0$
$\xi=0,05$
$\xi=1$
$\mu=0,9$
$\mu=0,8$
$\mu=0,7$
$\mu=0,6$
$\mu=0,5$
$\mu=0,4$
$\mu=0,3$
$\mu=0,2$
$\mu=0,1$
$\mu=0,9$
$\eta=0,9$
$\eta=0,5$
$\eta=0$

GRAFICO I

supondo que a perturbação é puramente sinusoidal (*) de pulsação $\nu = c\,\omega_0$. Os sinais + ou — referem-se respectivamente aos sistemas duros ($\varepsilon > 0$) ou macios ($\varepsilon < 0$).

Não se conhece uma solução exacta para esta equação. Vários métodos têm sido propostos para a sua resolução aproximada. Vejamos resumidamente alguns.

2.2.1. Método de Duffing (**)

Supõe-se como primeira aproximação que a solução é a do sistema linear correspondente

$$x = x_0 \cos c\,\omega_0 t \tag{18}$$

e substituindo em (17) e tendo em atenção que

$$\cos^3 c\,\omega_c\, t = \frac{3}{4} \cos c\,\omega_0 t + \frac{1}{4} \cos 3\,c\,\omega_0 t$$

obtém-se uma nova equação

$$\frac{\ddot{x}_2}{\omega_0^2} = -\left(x_0 \pm \frac{3}{4} x_0^3 - \Delta_0\right) \cos c\,\omega_0 t \mp \mp \frac{1}{4} x_0^3 \cos 3\,c\,\omega_0 t \tag{19}$$

que, integrada, permite obter

$$x_2 = \frac{1}{c^2}\left(x_0 \pm \frac{3}{4} x_0^3 - \Delta_0\right) \cos c\,\omega_0 t \pm + \frac{1}{36\,c^2} x_0^3 \cos 3\,c\,\omega_0 t \tag{20}$$

Nesta primeira aproximação, a família de curvas $x_0 = f\,(c, \Delta)$ será aproximadamente obtida comparando os coeficientes dos $\cos c\,\omega_0 t$ em (18) e (20).

$$x_0 = \frac{1}{c^2}\left(x_0 - \Delta_0\right) \pm \frac{3}{4\,c^2} x_0^3$$

ou

$$\Delta_0 = (1 - c^2)\, x_0 \pm \frac{3}{4} x_0^3 \tag{21}$$

ficando (20) com a forma

$$x_2 = x_0 \left[\cos c\,\omega_0 t \pm \frac{1}{36}\left(\frac{x_0}{c}\right)^2 \cos 3\,c\,\omega_0 t\right] \tag{22}$$

(*) É indiferente supor a perturbação com uma das formas $\Delta_0 \sin \nu t$ ou $\Delta_0 \cos \nu t$, não surgindo daí nenhuma particularização.

(**) Ver, por exemplo [5, pág. 4-12].

As curvas de amplificação serão obtidas para cada par de valores (Δ, c) determinando x_0 em (21) e o valor máximo de x_2 em (22).

O método permite maior aproximação. Basta reiniciar a substituição em (17), agora com a equação (22).

A função $x_0 = f\,(c, \Delta)$ será agora

$$\Delta = (1 - c^2)\, x_0 + \left[\pm \frac{3}{4} + \frac{1}{48}\left(\frac{x_0}{c}\right)^2 \pm \pm \frac{3}{2 \times 36^2}\left(\frac{x_0}{c}\right)^4\right] x_0^3 \tag{23}$$

e

$$\begin{aligned} x_3 = x_0 \Big\{ & \cos c\omega_0 t + \left[\pm \frac{1}{36}\left(\frac{1}{9\,c^2} + 1\right)\left(\frac{x_0}{c}\right)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{9 \times 24}\left(\frac{x_0}{c}\right)^4 + \frac{1}{36^4}\left(\frac{x_0}{c}\right)^8\right] \cos 3\,c\,\omega_0\, t + \\ & + \left[\frac{1}{25 \times 48}\left(\frac{x_0}{c}\right)^4 \pm \frac{3}{100 \times 36^2}\left(\frac{x_0}{c}\right)^6\right] \cos 5\,c\omega_0 t \pm \\ & \pm \frac{3}{4 \times 49 \times 36^2}\left(\frac{x_0}{c}\right)^6 \cos 7\,c\,\omega_0 t + \\ & + \frac{1}{4 \times 81 \times 36^3}\left(\frac{x_0}{c}\right)^8 \cos 9\,c\,\omega_0 t \Big\} \end{aligned} \tag{24}$$

A iteração poderia continuar indefinidamente.

Nota 1: Para o mesmo valor de x_0 a expressão (24) difere tanto mais da expressão (22) quanto menor for c, quer dizer, quanto menor for a frequência perturbadora.

Nota 2: Para a mesma relação de frequências, quanto maior for o factor de não linearidade (notar que $x_0 = \sqrt{\varepsilon}\, x_0$ ou $\sqrt{-\varepsilon}\, x_0$), maior será x_0 e, portanto, a diferença entre x_2 e x_3.

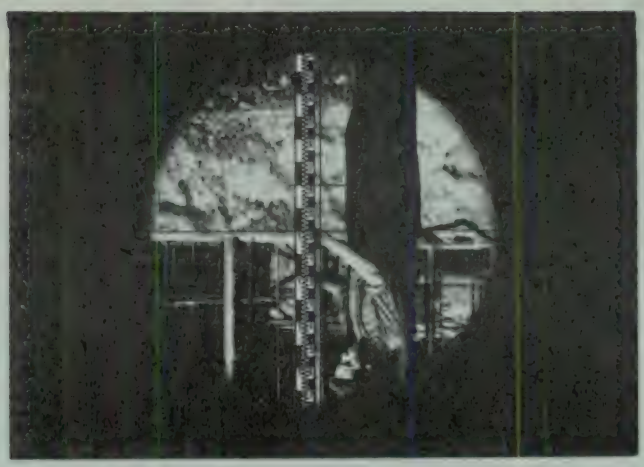
Nota 3: Este método iterativo de Duffing só é aceitável para valores de $\frac{x_0}{c}$ suficientemente baixos, portanto para sistemas quase lineares ou em que a frequência perturbadora é muito elevada relativamente à frequência própria do sistema linearizado. Acerca da sua validade, ver [4].

2.2.2. Método de Rauscher (*)

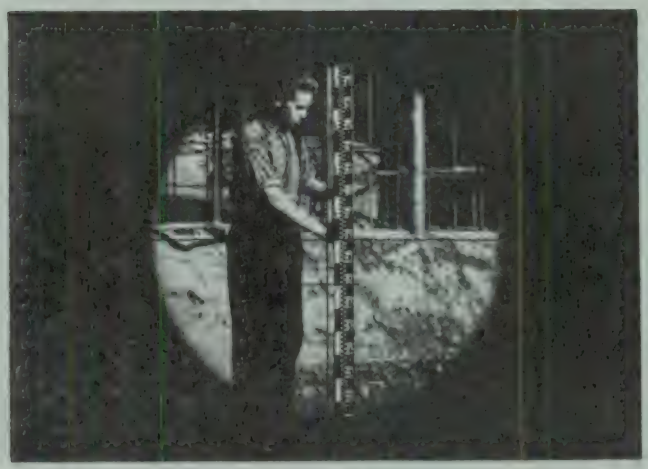
Este método supõe como primeira aproximação que, para uma determinada amplitude de

(*) Ver, por exemplo, [5, pág. 4-13].

ANTIGAMENTE :



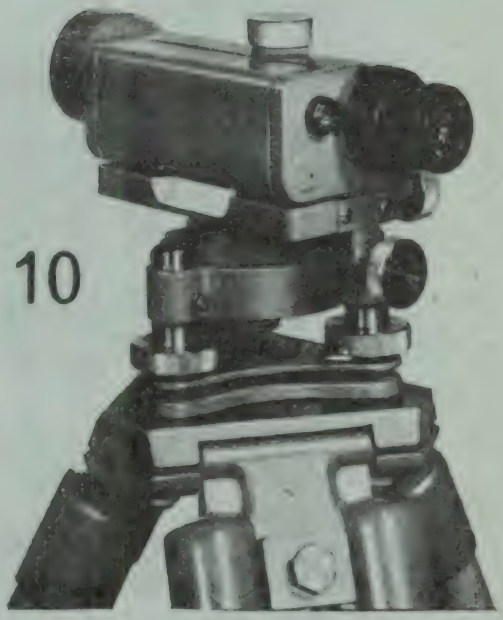
HOJE :



Com
imagem
direita
na luneta

WILD
HEERBRUGG

N 10



Trabalho cómodo e simples sem erros e sem dúvidas, sinais correctos, não invertidos, claros e rápidos.

O pequeno nível WILD N 10 com a designação «E» tem imagem direita do campo de observação na luneta. A mesma tem luminosidade igual ao modelo convencional e o mesmo tamanho.

Representantes exclusivos

WILD PORTUGAL, LDA.

PRAÇA DAS ÁGUAS LIVRES, 8
LISBOA-2 — TELEFONE 68 11 27

Pára-raios
ASEA

"O raio não leva endereço certo".
Você já escolheu a protecção para a sua instalação eléctrica?

consulte:

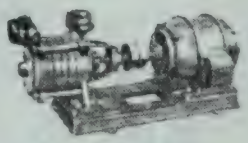
ASEA ELÉCTRICA L.DA

SEDE EM LISBOA
R. DE ARTILHARIA UM, 104,4.º-D.º
Telefone P.P.C. — 68 90 17/8/9

END. TELEG.
ASEAPORT

FILIAL NO PORTO
R. DO CAMPO ALEGRE, 144
Telefone P.P.C. — 6 21 06/7

BOMBAS



Se tem um problema
de bombas, consulte

VASCO PESSOA, LDA.

Rua da Boavista, 63

LISBOA

confiança para
a construção com

materiais
novobra

EM BETÃO PRÉ-ESFORÇADO

pavimentos
coberturas
vigas de grande vão
asnas
perfis

SOCIEDADE DE PRÉ-FABRICAÇÃO E OBRAS GERAIS, NOVOBRA, LDA.
AV. EST UNIDOS DA AMÉRICA, 100, 5.º D. - TEL. 77 48 52/766446 - LISBOA-5

Companhia Portuguesa de Trefilaria
S. A. R. L.

ARMADURAS PRÉ-FABRICADAS MALHASOL

Tensão de segurança 3.000 Kg/cm²

AÇO BI

Tensão de segurança 4.000 Kg/cm²

AÇOS DE ALTA RESISTÊNCIA PARA BETÃO ARMADO

que pela eficiência técnica e económica a que conduzem, são um indispensável elemento na moderna construção civil

Para qualquer obra em betão armado consulte:

DIAL — GABINETE TÉCNICO
R. DO INSTITUTO INDUSTRIAL, 18-1.º DT.º
TELEFONES 67 122415 E 673785 — LISBOA

oscilação, a frequência é a natural do sistema livre correspondente.

No caso presente

$$\frac{\ddot{x}}{\omega_0^2} + x \pm x^3 = 0$$

admite soluções com a forma [1]:

— para $\varepsilon > 0$ (sinal +)

$$x = x_0 \operatorname{cn}(u \mid \mu)$$

com

$$\mu = \frac{x_0^2}{2 + 2x_0^2} \qquad (26')$$

e

$$u = \omega_0 \sqrt{1 + x_0^2}\ t$$

— para $\varepsilon < 0$ (sinal —)

$$x = x_0 \operatorname{sn}(u \mid \xi)$$

com

$$\xi = \frac{x_0^2}{2 - x_0^2} \qquad (26'')$$

e

$$u = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2} x_0^2}\ t$$

Os períodos de oscilação correspondentes serão

— para $\varepsilon > 0$

$$T_1 = \frac{4\,K(\mu)}{\omega_0 \sqrt{1 + x_0^2}} \qquad (27')$$

— para $\varepsilon < 0$

$$T_1 = \frac{4\,K(\xi)}{\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2} x_0^2}} \qquad (27'')$$

Para que o sistema oscile com a frequência imposta $\nu_1 = c_1 \omega_0$ terá que ser

$$\nu_1 = c_1 \omega_0 = \frac{2\pi}{T_1} \qquad (28)$$

Através das expressões (26) e 28) obtemos em seguida a função t (x)

— para $\varepsilon > 0$

$$t = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1 + x_0^2}} \arg \operatorname{cn} \frac{x}{x_0} \qquad (29')$$

— para $\varepsilon < 0$

$$t = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2} x_0^2}} \arg \operatorname{sn} \frac{x}{x_0} \qquad (29'')$$

vindo

$$\Delta_0 \cos c\,\omega_0\, t = \Delta_0 \cos\left[\frac{2\pi}{T_1} \cdot t(x)\right]$$

e a equação (17) fica

$$\frac{\ddot{x}}{\omega_0^2} + \left(x - \Delta_0 \cos\left[2\pi \frac{t(x)}{T_1}\right]\right) + x^3 = 0 \qquad (30)$$

que é uma equação autónoma, como (25) também da forma $\ddot{x} + f(x) = 0$, a qual admite uma solução t (x) de período T_2 e frequência angular

$$\nu_2 = c_2 \omega_0 = \frac{2\pi}{T_2} \qquad (31)$$

Substituindo novamente em (17), obtinha-se assim um método iterativo. Este método é mais ràpidamente convergente que o de Duffing, mas tem o inconveniente de originar equações difìcilmente integráveis. No caso em estudo, a equação (30) só poderá ser integrada por métodos gráficos, ou das diferenças finitas.

Notar que no método anterior nos fixámos num par de valores (Δ_0 e c) e fomos sucessivamente corrigindo o valor de x_0. Neste fixou-se Δ_0 e x_0, e vai-se corrigindo c por iteração.

* * *

Baseado neste método proporemos uma variante (*) que nos parece ser mais aproximada. Em vez de considerar a equação (25) começa-se por usar a que se apresentou em (4) vindo para soluções

— para $\varepsilon > 0$

$$x = x_0 \operatorname{cn}(u / \mu)$$

(*) Esta variante tanto se aplica a sistemas deste tipo como a outros quaisquer não dissipativos pertubados por quaisquer funções p (t), vindo (32) na generalidade

$$\ddot{x} + [\omega_0^2 x - p(t(x))] + f(x) = 0$$

em que t (x) se obtém integrando a equação especial do movimento com perturbação de forma favorável,

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + f(x) = p(t) = p_0 \frac{x}{x_0} \qquad \text{(f (x) não contém termo linear)}$$

com

$$\mu = \frac{x_0^3}{2\,x_0 - 2\,\Delta_0 + 2\,x_0^3} \qquad (32')$$

$$u = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{\Delta_0}{x_0}} \sqrt{1 + x_0^2}\ t$$

e

$$T_1 = \frac{4\,K\,(\mu)}{\omega_0 \sqrt{1 - \frac{\Delta_0}{\omega_0}} \sqrt{1 + x_0^2}}$$

— para $\varepsilon < 0$

$$x = x_0\ \mathrm{sn}\ (u/\xi)$$

com

$$\xi = \frac{x_0^3}{2\,x_0 - 2\,\Delta_0 - x_0^3} \qquad (32'')$$

$$u = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{\Delta_0}{x_0}} \sqrt{1 - \frac{1}{2} x_0^2}\ t$$

e

$$T_1 = \frac{4\,K\,(\xi)}{\omega_0 \sqrt{1 - \frac{\Delta_0}{x_0}} \sqrt{1 - \frac{1}{2} x_0^2}}$$

Tendo em conta (28), a função $t\,(x)$ virá

— para $\varepsilon > 0$

$$t = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1 - \frac{\Delta_0}{x_0}} \sqrt{1 + x_0^2}}\ \mathrm{arg\ cn}\ \frac{x}{x_0} \qquad (33')$$

$$= \frac{T_1}{4\,K\,(\mu)}\ \mathrm{arg\ cn}\ \frac{x}{x_0}$$

— para $\varepsilon < 0$

$$t = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1 - \frac{\Delta_0}{x_0}} \sqrt{1 - \frac{1}{2} x_0^2}}\ \mathrm{arg\ sn}\ \frac{x}{x_0} = \qquad (33'')$$

$$= \frac{T_1}{4\,K\,(\xi)}\ \mathrm{arg\ sn}\ \frac{x}{x_0}$$

Segue-se tal como anteriormente a expressão (30), mas agora com $t\,(x)$ obtido já bastante próximo do resultado exacto (fig. 6).

A iteração continua, encontrando-se as mesmas dificuldades na integração que no método de Rauscher.

Estas operações são bastante trabalhosas e a sua resolução num calculador automático obriga a uma programação bastante complexa devido à necessidade de memorizar as tabelas de funções elípticas ou as séries correspondentes $\left(\frac{x}{x_0} = \mathrm{sn}\ u\ \text{ou}\ \mathrm{cn}\ u, \text{e}\ u = \mathrm{arg\ sn}\ \frac{x}{x_0}\ \text{ou}\ \mathrm{arg\ cn}\ \frac{x}{x_0}\right)$.

Manualmente, resolveram-se 4 pontos com uma iteração, através da integração numérica da expressão

$$T = 4 \int_0^{T/4} dt = 4 \int_{x_0}^{0} \frac{dx}{\omega_0 \sqrt{(x_0^2 - x^2) \pm \frac{1}{2}(x_0^4 - x^4) + 2\,\Delta_0 \int_{x_0}^{x} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \left[\frac{\pi}{2\,K}\ \mathrm{arg}\ \begin{matrix}\mathrm{cn}\\ \mathrm{sn}\end{matrix}\ \frac{x}{x_0}\right] dx}}$$

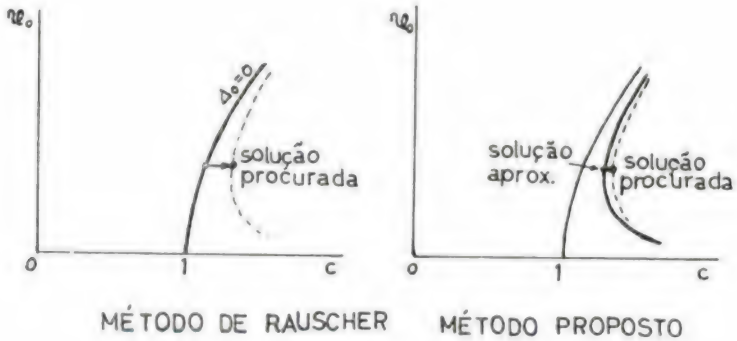


Fig. 6

obtida pela substituição de (33) em (30), e integrando estas duas vezes. Os sinais + ou — e as funções cos ou sin, e cn ou sn, usam-se quando é $\varepsilon > 0$ ou $\varepsilon < 0$, respectivamente. O novo valor de c virá dado por

$$c = \frac{2\pi}{T\omega_0}$$

Consideram-se intervalos $\Delta x = 0{,}1$, tomando-se valores médios na resolução numérica do primeiro integral. Na integração final efectuou-se a resolução gráfica, uma vez que $\frac{1}{\sqrt{}}$ tende assintòticamente para ∞ quando x tende para zero. Além disso, as operações foram efectuadas com régua de cálculo, e por consequência os resultados obtidos são pouco aproximados (ver quadro I). Os valores corrigidos estão assinalados no gráfico I.

QUADRO I

	Solução aproximada (valores lidos no gráfico I)			Solução corrigida		
	Δ_0	x_0	c	Δ_0	x_0	c
$\varepsilon > 0$	1,5	1,195	0,88	1,5	1,195	**0,84**
$\varepsilon > 0$	—1	1,11	1,67	—1	1,11	**1,69**
$\varepsilon < 0$	0,2	0,78	0,50	0,2	0,78	**0,54**
$\varepsilon < 0$	—1	1,055	1,04	—1	1,055	**1,06**

(Continua)

SUMÁRIO

Apresentam-se alguns métodos para o estudo das amplitudes de oscilação de sistemas com um grau de liberdade, não amortecidos, do tipo Duffing, perturbados por forças sinusoidais circulares e elípticas.

SYNOPSIS

The author presents some methods for studying vibration amplitudes of undamped one-degree-of-freedom systems, of the Duffing type, acted by circular and elliptical sinusoidal perturbations.

C. D. U. 621.311.5/91

Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional

— Elementos extraídos das estatísticas mensais do Repartidor Nacional de Cargas (R. N. C.)

NOTA: *As produções e os consumos das empresas do R. N. C. representam cerca de 94 °/₀ dos totais do País.*

I — Breve nota mensal

No aspecto hidrológico, o mês de Junho apresentou-se, no conjunto, muito acima da média.

II — Elementos gerais (GWh)

a) Mensais

	1963	1964	Variação °/₀
Produção hidráulica (P_h) . . .	313,2	352,8	+ 13
Produção térmica (P_t)	0,0	0,0	0
Produção total (P_T)	313,2	352,8	+ 13
Exportações (Ex)	0,0	0,0	—
Importações (I)	0,0	0,0	—
Consumo em bombagem (Cb)(1)	—	—	—
Produção para consumos não perman. (P_{cnp}) (2)	76,5	81,0	+ 6
Produção para consumos permanentes (P_{cp}) (3)	236,7	271,8	+14,8 (4)
Coeficiente de hidraulicidade	1.25	1,25	—

b) Acumulados desde 1 de Janeiro

	1963	1964	Variação °/₀
Produção hidráulica (P_h) . . .	2049,9	2236,5	+ 9
Produção térmica (P_t)	18,9	59,4	+ 214
Produção total (P_T)	2068,8	2295,9	+ 11
Exportações (Ex)	32,8	36,4	+ 11
Importações (I)	0,1	0,0	— 100
Consumo em bombagem (Cb)(1)	—	—	—
Produção para consumo não perman. (P_{cnp}) (2)	438,4	478,2	+ 9
Produção para consumos permanentes (P_{cp}) (3)	1597,7	1781,3	+11,5 (4)
Coeficiente de hidraulicidade	1,47	1,11	—

NOTAS

(1) Energia consumida em bombagem para armazenamento na Albufeira do Alto Rabagão.

(2) Consideram-se consumos não permanentes os indicados em 4.2.

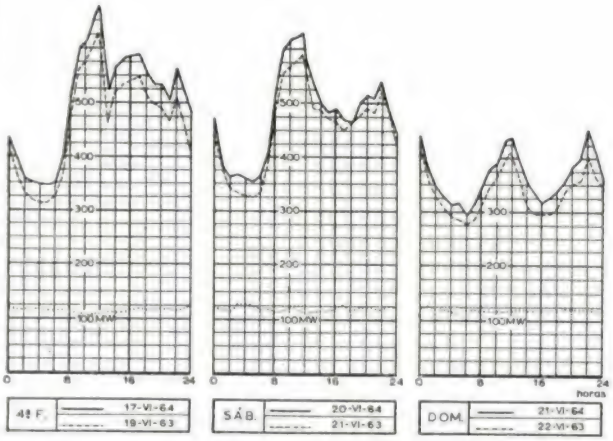
(3) A produção para consumos permanentes (P_{CP}) é determinada pela seguinte expressão: $P_{CP} = P_T - P_{cnp} + I - E_X$

(4) O aumento percentual de produção para consumos permanentes, tendo em conta a incidência dos domingos e dias especiais, é respectivamente de 10,8 °/₀ e 10,9 °/₀.

III — Diagramas de carga dos dias característicos

				4.ª feira: 1963	4.ª feira: 1964
Produção hidráulica			(P_h) MWh	11390	12380
Produção térmica			(P_t) MWh	0	0
Produção total			(P_T) MWh	11390	12380
Trocas com Espanha	Export.		(Ex) MWh	0	0
	Import.		(I) MWh	0	0
TOTAL			$P_T + (I-Ex)$ MWh	11390	12380
Prod. para cons. perm.			(P_{cp}) MWh	9043	9746
Prod. para cons. não perm.			(P_{cnp}) MWh	2347	2634
Características dos diagramas	$P_T + (I-Ex)$	Potência máx.	MW	626	675
		Potência mín.	MW	310	339
		Utiliz. da ponta	horas	18,2	18,3
		Factor de carga		0,76	0,76
	P_{cp}	Potência máx.	MW	520	567
		Potência mín.	MW	208	224
		Utiliz. da ponta	horas	17,4	17,2
		Factor de carga		0,72	0,72

JUNHO



IV — Energia armazenada nas principais albufeiras

Albufeiras:	No fim do mês: GWh	No fim do mês: °/₀ (1)
Alto Rabagão	199,5	20,5
Paradela	201,4	90,5
Venda Nova	94,8	74,1
Salamonde	21,0	76,1
Caniçada	31,2	94,3
Vilar	—	—
Cabril	668,8	79,2
Castelo do Bode	144,1	88,4
Guilhofrei	7,9	95,2
Lagoa Comprida	24,9 (2)	73,5
Santa Luzia	53,8	87,3
Pracana	8,9	69,0
Póvoa	9,4 (3)	69,2
Total { com A. Rabagão . . .	1065,7	—
Total { sem A. Rabagão . . .	866,2	83,0

Notas:

(1) Coeficiente de enchimento em energia das albufeiras.

(2) Inclui 3,3 GWh armazenados em Vale do Rossim no início do mês e 3,3 GWh no fim do mês.

(3) Inclui 2,5 GWh armazenados no açude do Poio no início do mês e 2,9 GWh no fim do mês.

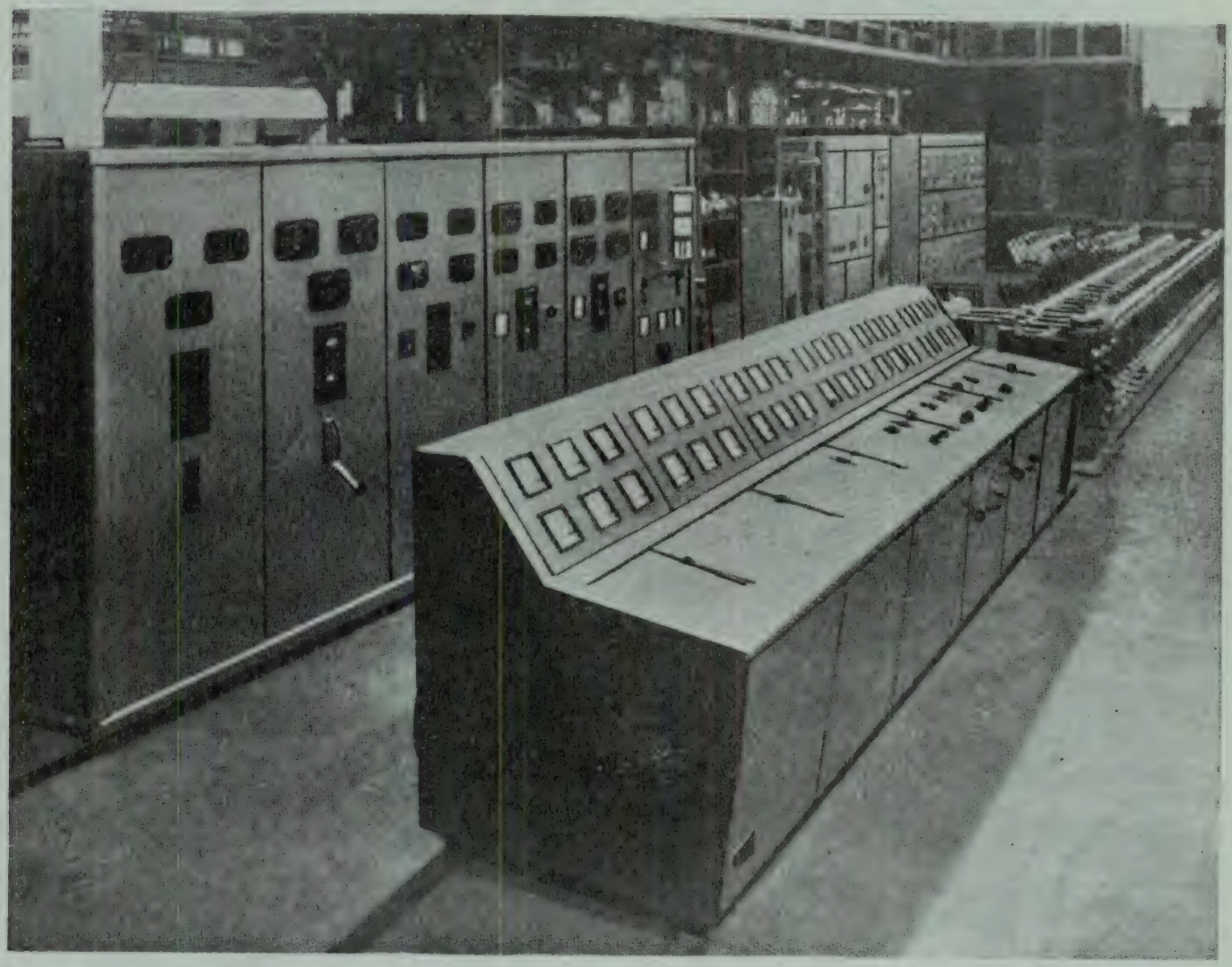
JAYME DA COSTA, L^DA

MECÂNICA E ELECTRICIDADE EM TODAS AS APLICAÇÕES

PORTO
Praça da Batalha, 12
Telef. 2 28 12 (PPC)

LISBOA
Rua dos Correeiros, 14
Telef. 32 70 35 (PPC)

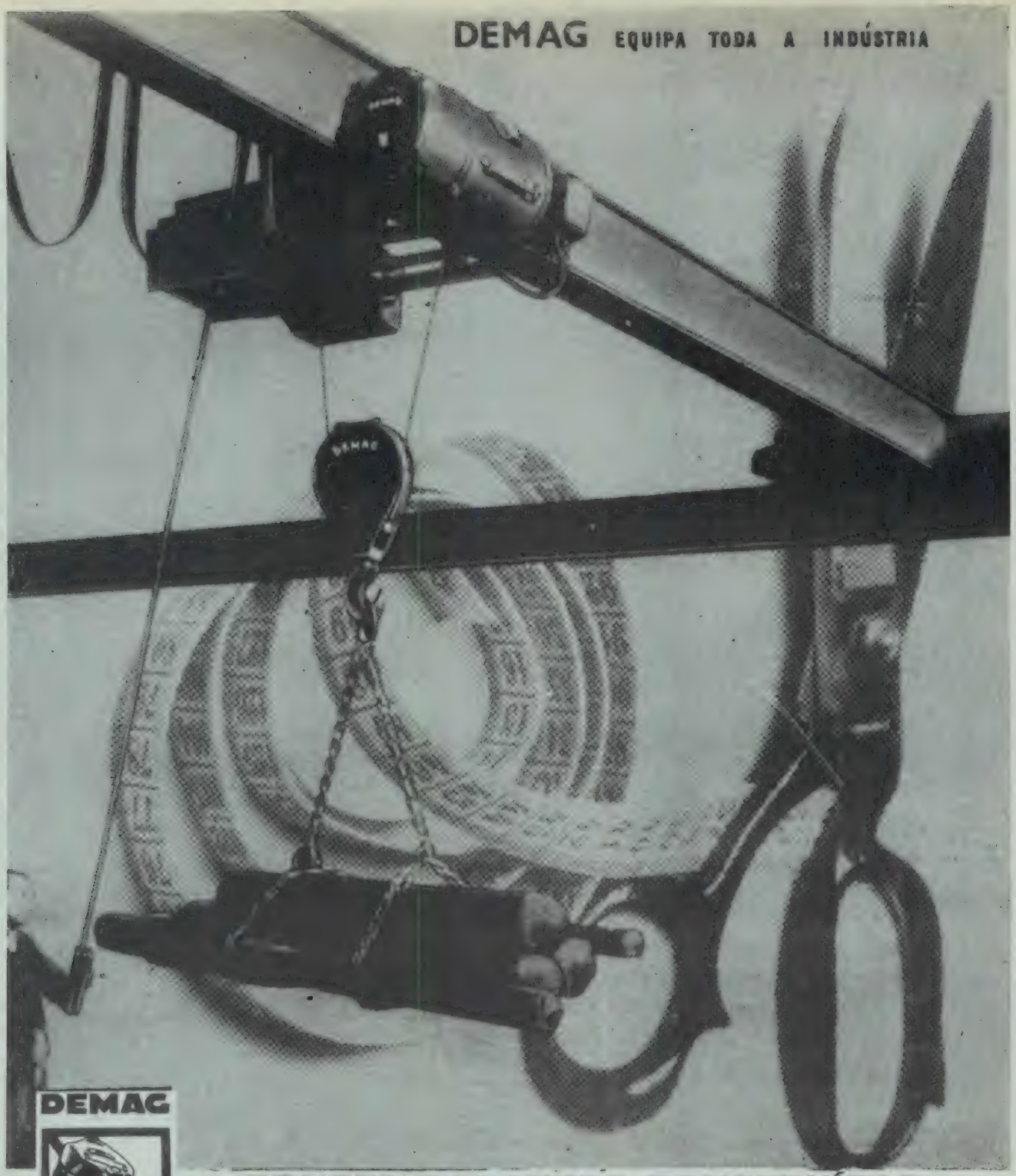
LUANDA
Cx. Postal 5174
Telef. 4743



Material fabricado nas nossas oficinas, pronto para expedição

- Fabricação de aparelhagem eléctrica de alta e baixa tensão
- Equipamentos electromecânicos completos para centrais e fábricas
- Postos de transformação tipo monobloco
- Quadros blindados, capsulados e em armário
- Armaduras de iluminação de todos os tipos
- Contadores eléctricos e instrumentos de medida
- Telemedida e telecomando
- Instalações elevatórias de água
- Instalações de saneamento e esgotos
- Ferramentas de corte
- Motores Diesel industriais e marítimos
- Fogões eléctricos
- Frigoríficos
- Ventilação e condicionamento de ar
- Aparelhagem de Raios X e electromedicina

DEMAG EQUIPA TODA A INDÚSTRIA



DEMAG

Aparelhos de elevação DEMAG

PONTES ROLANTES CONSTRUÍDAS SOBRE MEDIDA?

A ponte rolante Standard DEMAG é construída em série. Este tipo de construção pôs fim à necessidade de um ante projecto: nos nossos dias já não é necessário construír as pontes rolantes sobre medida.

A ponte rolante Standard DEMAG está na vanguarda da construção das pontes rolantes de amanhã. Por um preço vantajoso resolve duma forma moderna todos os problemas de manutenção. Já provou em milhares de casos.

Aproveite a experiência por nós adquirida durante dezenas de anos.

Consulte os nossos especialistas, o que lhe economiza tempo e dinheiro.

O seu sucesso será também o nosso.

ROMAR
UMA ORGANIZAÇÃO AO SERVIÇO DA INDÚSTRIA

LISBOA
Rua da Boa Vista, 81-C - 83-E
Tel. PPC 672161/2/3/4/5

PORTO
Rua Sá da Bandeira, 589
Tel 25871

LOURENÇO MARQUES
Av. Manuel de Arriaga, 55-1.º
Tel. 5214

LUANDA
Largo da República, 29
Tel. 4492

C. D. U. 624.074.7
628.13

RESERVATÓRIOS CILÍNDRICOS DE BETÃO ARMADO PARA ÁGUA

CÁLCULO GRÁFICO E PROPORÇÕES ECONÓMICAS

ANTÓNIO MANUEL DE VASCONCELOS
Eng.º Civil (I.S.T.)

1 — INTRODUÇÃO

O presente trabalho, embora não devesse ser, foi elaborado por um simples particular sem remuneração e sem possibilidades de recurso aos computadores electrónicos e aos aparelhos de preparação de gráficos.

Espero, com a sua apresentação, estimular o aparecimento de outro melhor que o substitua e complete, elaborado pelos competentes Serviços Oficiais.

O trabalho é dividido em duas partes a saber:
Cálculo gráfico
Proporções económicas.

2 — CÁLCULO GRÁFICO

2.1 — *Generalidades*

Revistos os métodos de cálculo de diversos autores, a atenção concentrou-se sobre um trabalho de M. Hangan e M. Soare intitulado «Calcul Rapide des Reservoirs Cylindriques» (1) embora nele se trate apenas o caso de reservatórios com parede livre em cima e soleira inextensível e assente em fundação rígida, sendo a espessura da parede igual em toda a altura e a da soleira também constante para qualquer ponto da superficie. Os autores apresentam as fórmulas que conduzem à solução do problema e uma série de ábacos nos quais se entra mediante o cálculo dos seguintes parâmetros:

1.º $\beta H = \sqrt[4]{3(1-\nu^2)}\,\dfrac{H}{\sqrt{Re}}$

2.º e'/e

em que:

R = raio da parede cilíndrica
H = altura da água e da parede cilíndrica
e = espessura da parede
e′ = » » soleira
ν = coeficiente de Poisson

Com estes dois parâmetros os ábacos dão uns coeficientes que multiplicados por ωH^1, ωRH e H (sendo ω o peso específico do líquido) dão os momentos flectores, as tracções e as cotas dos pontos especiais.

Por considerar este caminho demasiado longo construi novos ábacos nos quais se entra directamente com os dados do problema e um produto fácil de calcular — Re — e onde se lêem imediatamente os resultados sem necessidade de qualquer cálculo além do já citado produto Re. O agrupamento destes ábacos, como se apresenta, permite mesmo eliminar a necessidade de se fazer referência às cotas de alguns dos pontos especiais e permite ainda construir sobre os próprios ábacos os diagramas das tracções e dos momentos.

Além disto procurou-se resolver o problema de forma a considerar o caso mais frequente da espessura da soleira na proximidade da parede ser maior do que na zona central.

Como este caso de soleira de espessura variável não se encontra tratado teòricamente no estudo citado, procedeu-se da seguinte maneira:

— No cálculo das tracções e momentos na parede (excepto na ligação à soleira) admite-se que a espessura da soleira é constante e igual à da parede porque é o caso mais desfavorável e que, portanto, dá maior segurança.

— No cálculo do momento de encastramento e da tracção na soleira, admite-se que a espessura da soleira é também constante mas dupla da espessura da parede, caso mais desfavorável do que se as espessuras fossem iguais conduzindo, portanto, a maior segurança.

Na construção dos novos ábacos tentou-se considerar o alongamento radial da soleira, pois é o caso real e o que conduz às maiores tracções e aos maiores momentos flectores na parte central

da parede. Porém, as fórmulas apresentadas no estudo citado não são suficientes para este fim, pois, apenas é dada a fórmula para o cálculo do momento na base da parede, que é exactamente onde menos interessa, porque aí, o momento considerando a soleira extensível é menor do que se esta for considerada inextensível. É certo que a diferença não é grande (7 % no exemplo apresentado naquele estudo) mas ignoro se não será importante nas tracções e nos momentos da zona central da parede.

Assim, os novos ábacos, como os do estudo citado, são estabelecidos na suposição irreal de que a soleira não se alonga radialmente.

Dada a enorme soma de trabalho que implicaria o estabelecimento dos novos ábacos a partir das fórmulas, algumas bastante complexas, utilizaram-se valores lidos cuidadosamente nos ábacos do estudo citado.

Houve, no entanto, que fazer os cálculos para os valores correspondentes a $\beta H = 4$ que está fora do âmbito destes ábacos mas que me pareceu interessante considerar.

2.2 — *Tracção nos anéis*

Como já foi dito a tracção nos anéis é considerada supondo a espessura da soleira constante em toda a superfície e igual à da parede.

O ábaco preparado (n.º 1) é constituído por três ábacos acoplados e tem adjacente um espaço para o diagrama dos esforços.

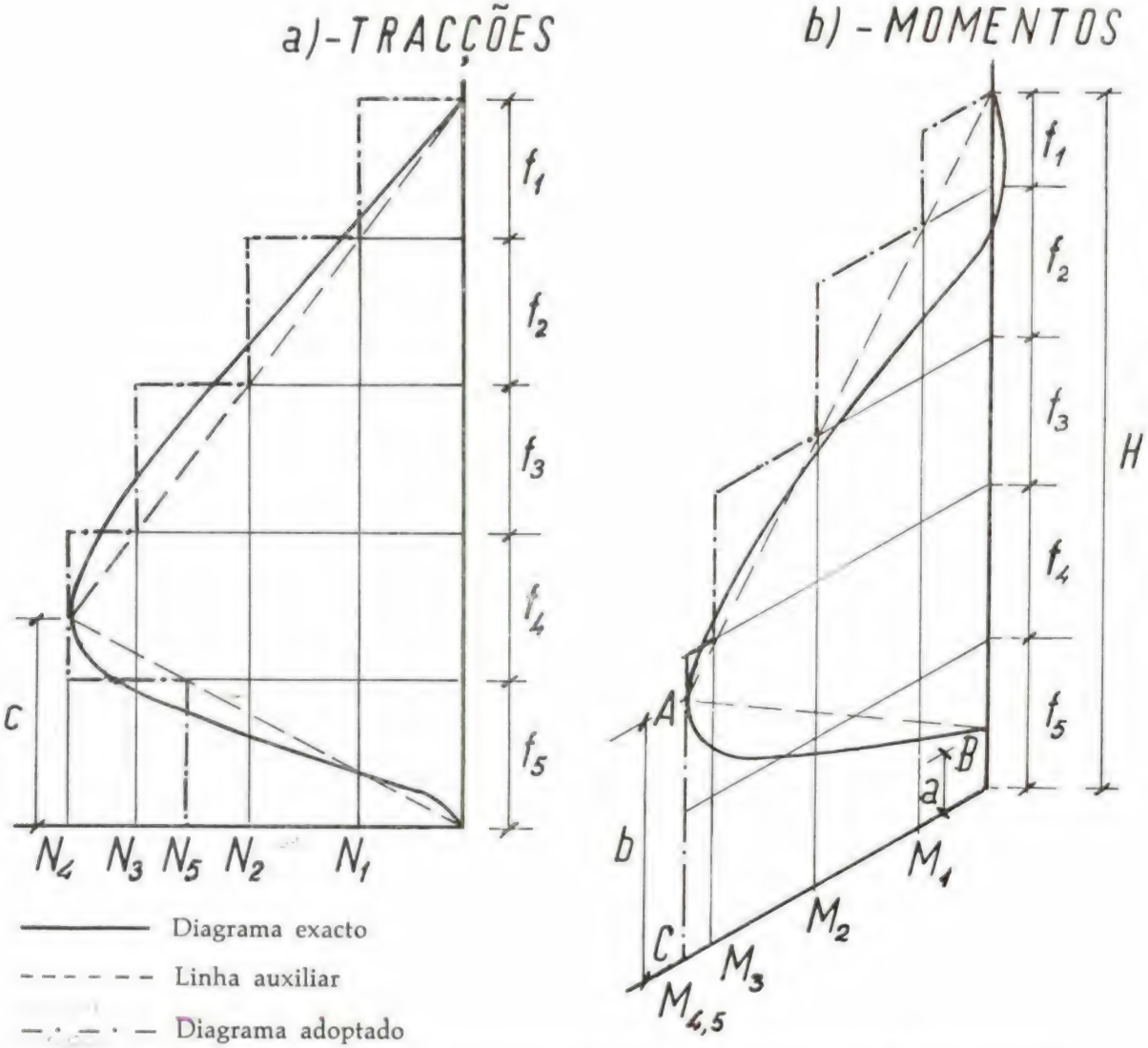
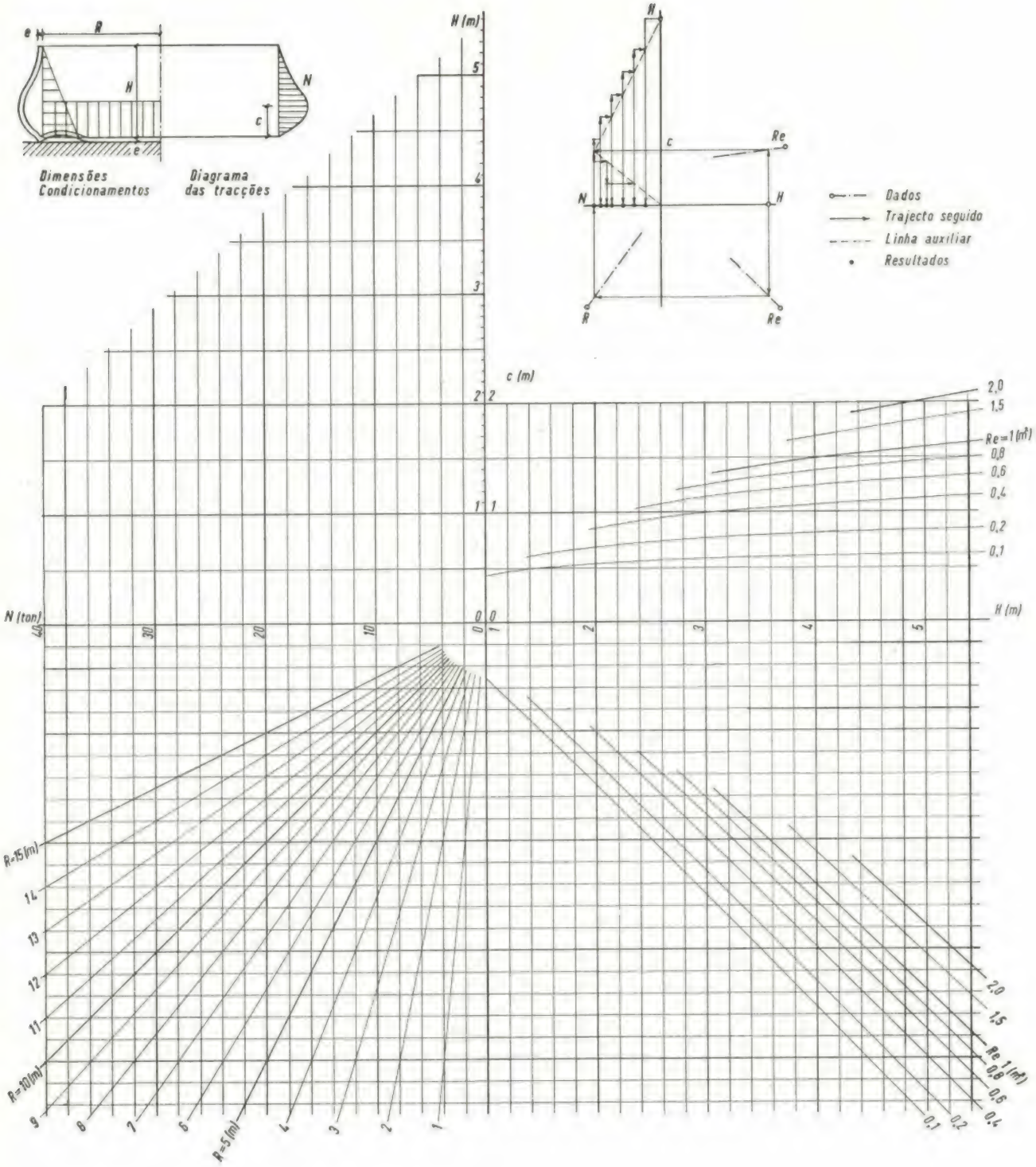


Fig. 1 — Diagrama das tracções e dos momentos nas paredes livres em cima e ligadas às soleiras



NOTA – Os valores de N referem-se a 1 m.l. de altura de parede

ÁBACO N.º 1

Fig. 2 — Tracção nos anéis duma parede livre em cima e ligada a uma soleira de fundação rígida

Mediante o conhecimento de R, de H e de e bem como do produto Re, obtém-se os valores da tracção unitária nos diferente anéis em que se considere dividida a parede, sem necessidade de qualquer cálculo intermédio.

Por não ser prático traçar o diagrama exacto dos esforços, propõe-se a sua substituição por duas linhas auxiliares conforme se indica na fig. 1a passando cada uma pela sua extremidade da parede e ambas pelo ponto de tracção máxima dado pelo valor de c (do ábaco superior direito) e de N (do ábaco inferior esquerdo).

Considerando-se suficiente uma análise por faixas de 0,5 m de altura, o campo do diagrama foi marcado com os respectivos traços pelo que não será necessário desenhar as linhas auxiliares acima referidas, pois, uma régua ou esquadro colocado nas suas posições, permitirá ler os valores de N_i correspondentes a cada faixa f_i e, assim, adoptar um diagrama em degraus conforme se indica na fig. 1a. A faixa superior ficará com uma altura diferente de 0,5 m se H não for múltiplo de 0,5 m.

Para não se esquecer que os valores de N se referem a 1 m.l. de altura da parede, apresenta-se uma sugestão para o quadro de valores a elaborar:

N.º de ordem da faixa i	Altura da faixa f_i	Tracção unit. máx. na faixa N_i	Secção da armadura necessária $A_{ai} = \frac{N_i \times f_i}{R_a}$ ($R_a = \ldots$ kg/cm²)	Armadura adoptada	
				N.º e ø dos varões	Secção efectiva
	(m)	(kg)	(cm²)	(mm)	(cm²)

Na escolha das armaduras deve ser-se generoso, pois, é necessário não esquecer que o ábaco foi organizado na suposição de que a soleira era inextensível, quando, na realidade o não é e, portanto, as tracções são superiores às indicadas. Em contrapartida, porém, a maior espessura da soleira junto à parede conduziria a menores tracções.

Embora tenha sido preparado para reservatórios de água, de peso específico $\omega = 1000$ kg.m^{-3}, ele pode ser usado para qualquer outro líquido desde que se multipliquem os valores de N pela densidade deste líquido.

2.3 — *Momentos flectores na parede*

Como já foi dito apenas se considera o caso da soleira ter espessura constante e igual à da parede.

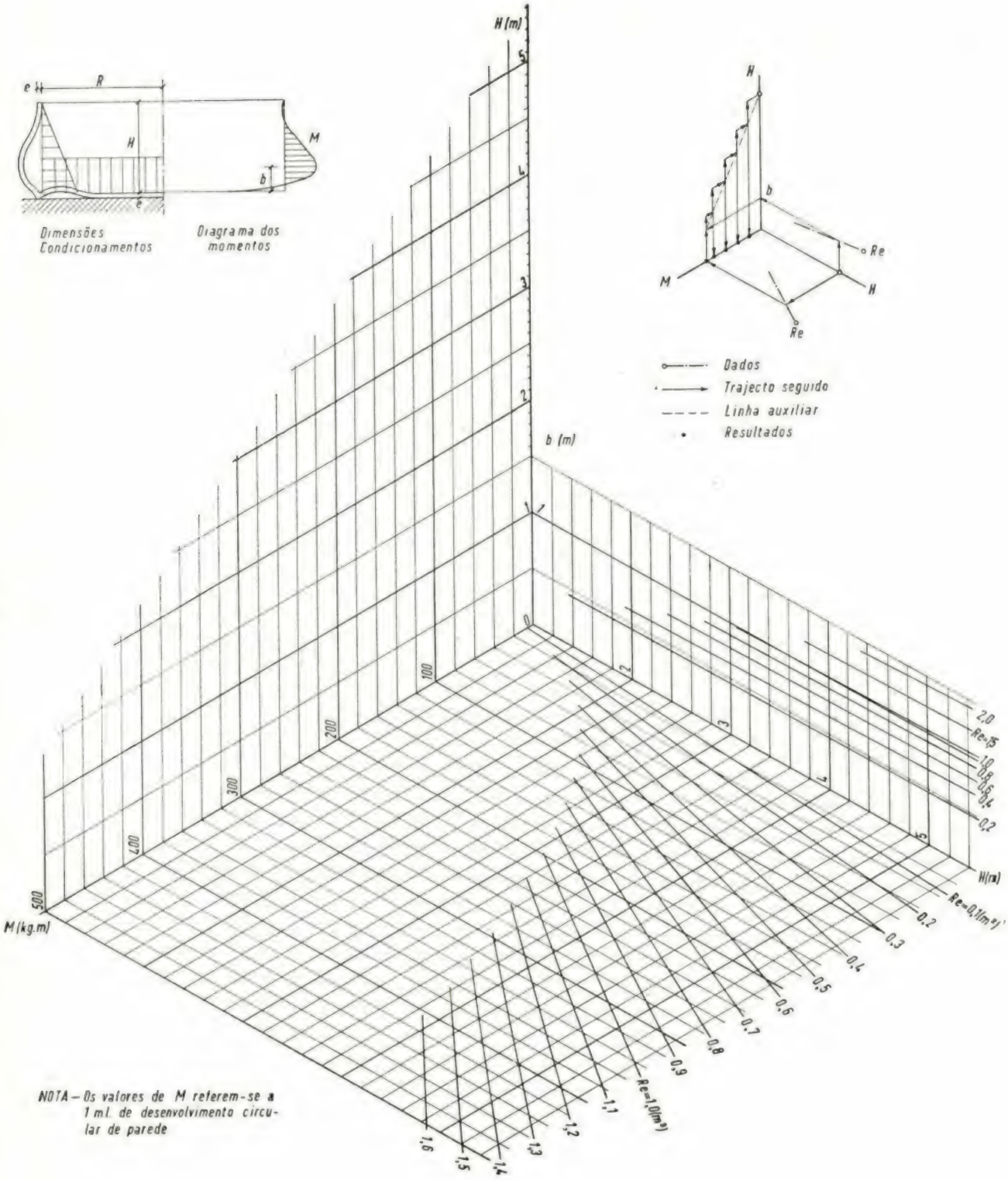
O ábaco preparado (n.º 2) é constituído por dois ábacos acoplados e tem adjacente um espaço para o diagrama dos momentos.

A utilização é analoga à do ábaco n.º 1, apenas havendo que fazer uma referência à forma do diagrama dos momentos. O traçado da linha auxiliar da zona inferior da parede não convirá fazer-se por AB mas sim por AC (fig. 1b). Com efeito, quando o reservatório estiver vazio e o terreno não for perfeitamente rígido, haverá tracções na face exterior da base da parede e na face inferior da soleira cujos valores, variarão conforme as características do terreno. Além disto as armaduras verticais da zona central da parede convém serem prolongadas até à base para facilitar manter em posição as armaduras anelares durante a construção.

No que respeita à divisão da parede em faixas de 0,5 m de altura, à generosidade na escolha das armaduras e à possibilidade de utilização para outros líquidos que não a àgua, tem aqui lugar as mesmas observações que se fizeram para as tracções nos anéis.

Embora a compressão proveniente do peso da parede e da cobertura e suas cargas seja geralmente pequena, não se deve esquecer o seu efeito nas tensões da flexão.

Na maioria dos casos adopta-se em toda a altura da parede a mesma armadura, mas, no caso de grandes reservatórios, pode convir diferenciar a armadura por faixas de altura e, então



ÁBACO N.º 2

Fig. 3 — Momentos flectores numa parede livre em cima e ligada a uma soleira de fundação rígida

poderá preparar-se um quadro com a seguinte disposição:

N.º de ordem da faixa i	Mom. flect. M_i (kg.m)	$\frac{M_i}{b'h^2}$ (h = ...) (h^2 = ...)	Compressão no betão R'_{bi} (R_a = ... kg./cm²) (kg./cm²)	$\frac{100\,A_{ai}}{b'h}$	Armadura: Secção necess. A_{ai} (cm²)	Armadura: Varões: N.º ø (mm)	Armadura: Varões: Secção efectiva (cm²)

O ábaco dos valores de b (da direita) resultou pouco expressivo porque a variação de b é muito pequena em relação a H. Poderia ter-se, até, suposto b constante para qualquer valor de H, anàlogamente ao que se fez nos ábacos n.ºs 3, 4 e 5.

2.4 — *Momento flector na ligação parede-soleira*

Como se disse o caso mais vulgar será o da soleira ter espessura dupla da parede pelo menos na base desta. Apresentam-se, no entanto, os ábacos referentes aos três casos seguintes:

$e/e' = 1$	Ábaco n.º 3
$e/e' = 0{,}5$	» » 4
$e/e' = 0$	» » 5

O primeiro caso pode interessar para pequenos reservatórios em que não se preveja o reforço do ângulo parede-soleira.

O segundo caso corresponde a uma soleira de espessura uniforme dupla da espessura da parede mas deve conduzir a valores pouco superiores aos do caso desta sobrespessura da soleira se verificar apenas numa faixa junto à parede, que corresponderá à forma mais vulgar.

O terceiro caso corresponde ao encastramento perfeito e é apresentado apenas a título de curiosidade para mostrar os valores limites, pois, na prática, a parede nunca será perfeitamente encastrada na soleira.

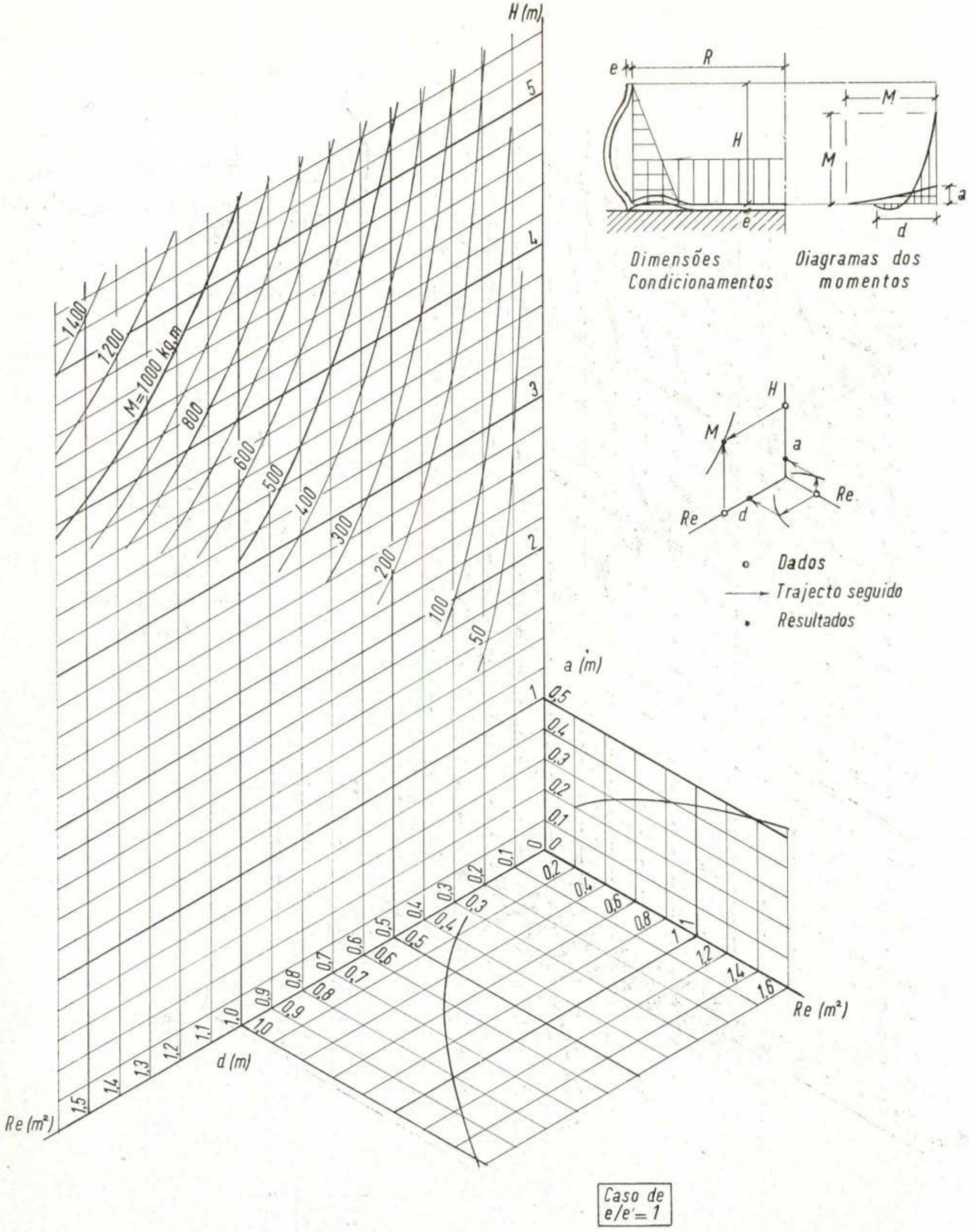
Qualquer destes três ábacos é constituído por três ábacos acoplados. Os da esquerda dão os momentos em função de H e de Re. Os da direita dão a altura da parede designada por a, em que o momento se anula supondo um valor de $H = 5{,}5$ m. Procedeu-se desta forma porque trouxe simplificação dos desenhos e porque não tem inconveniente. Com efeito o valor de a pouco varia com H, conforme se pode observar pelo seguinte quadro, com valores relativos ao caso de encastramento perfeito, que é o mais desfavorável:

Re (m²)	H (m)	a (m)
0,1	3,6	0,18
»	5,5	0,21
1,4	3,6	0,58
»	5,5	0,64

Os ábacos inferiores dão a distância em que a soleira é afectada pelo momento. Usou-se a fórmula $d = 2\sqrt{\frac{M}{P}}$ devida a K. Girkmann (2) em que P é a carga da soleira. Os valores de P foram calculados para água e para um peso da soleira variável conforme a sua espessura provável. Anàlogamente ao referido para o ábaco anterior, supõe-se d constante para qualquer valor de H, donde não vem inconveniente de maior, conforme se pode observar do seguinte quadro, com valores relativos ao caso de encastramento perfeito, que é o mais desfavorável.

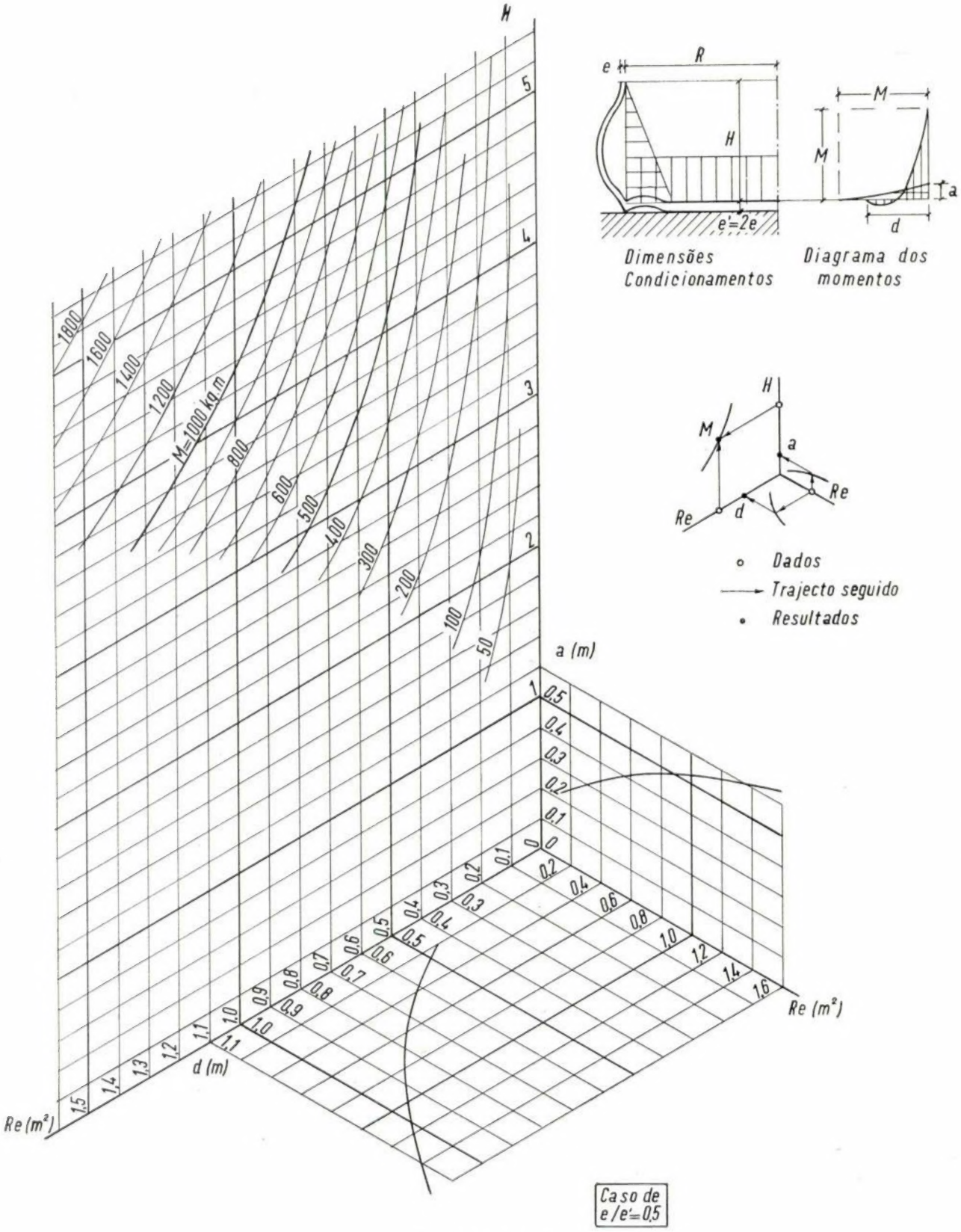
Re (m²)	H (m)	d (m)
0,1	3,0	0,31
»	5,5	0,32
1,5	3,0	1,05
»	5,5	1,14

Ao contrário do que acontece com as tracções nos anéis e os momentos flectores na zona central da parede, não se julga necessário traçar os diagramas dos momentos na zona da ligação soleira-parede porque a extensão das armaduras é geralmente pequena. Julga-se, no entanto, de sugerir que as armaduras sejam reduzidas a metade na metade superior da faixa de parede de altura a e na metade interior da coroa circular de largura d. Nesta última zona haverá mesmo



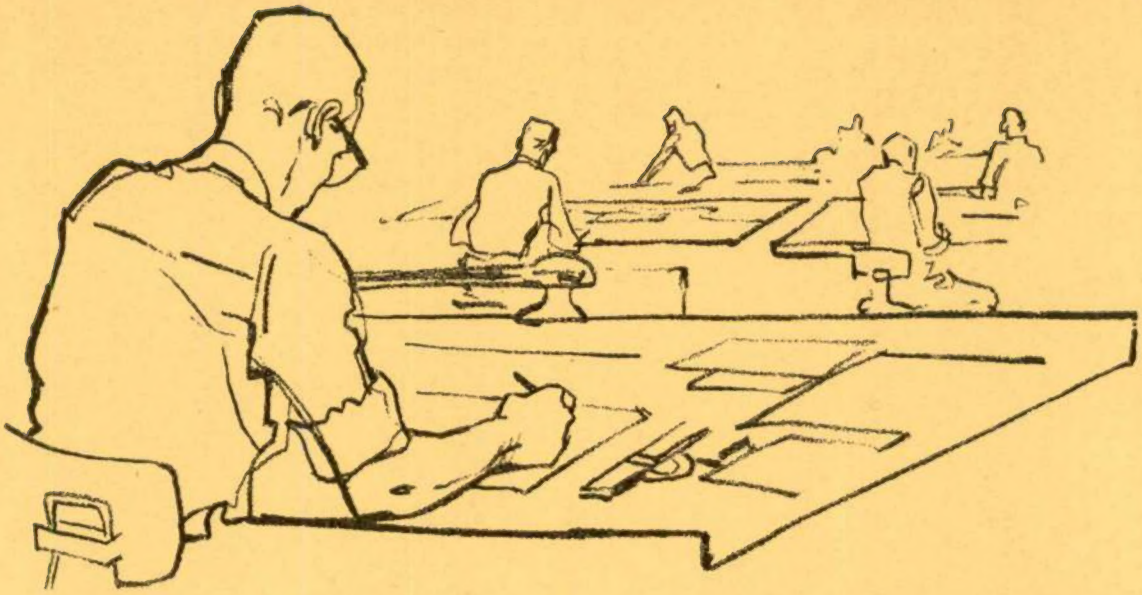
ABACO N.º 3

Fig. 4 — Momento fletor na ligação parede-soleira. Caso de $e/e' = 1$



ÁBACO N.º 4

Fig. 5 — Momento flector na ligação parede-soleira. Caso de e/e' = 0,5



CATERPILLAR* + S.T.E.T.

O BINÓMIO MAIS VANTAJOSO PARA QUALQUER PROBLEMA DE

MOVIMENTAÇÃO DE TERRAS

CATERPILLAR* O fabricante mais especializado, em todo o mundo, de tractores de rasto e de rodas, pás mecânicas de rasto e rodas (traxcavators*), motoniveladoras, moto-scrapers, escarificadores, "bulldozers", motores industriais e marítimos, grupos electrogéneos.

S.T.E.T. **SOCIEDADE TECNICA DE EQUIPAMENTOS E TRACTORES, S.A.R.L.**

DISTRIBUIDOR EXCLUSIVO EM PORTUGAL CONTINENTAL, ILHAS ADJACENTES, CABO VERDE E GUINÉ

ASSISTÊNCIA – REPARAÇÕES – PEÇAS GENUÍNAS

PRIOR VELHO — SACAVÉM
TELEF.: 251 0001/4 — TELEG.: «STETRA» — APARTADO 1351
LISBOA

*«CATERPILLAR» E «TRAXCAVATOR» SÃO MARCAS REGISTADAS DE CATERPILLAR TRACTOR CO. – PEORIA, ILLINOIS – E. U. A.

TODO UM CAMINHO PERCORRIDO NA PROCURA DA MELHOR REALIZAÇÃO DO TRABALHO — DA MANEIRA MAIS EFICIENTE, MAIS ECONÓMICA E MAIS LUCRATIVA — PARA UMA MELHOR SATISFAÇÃO DAS NECESSIDADES HUMANAS.

ACTUALMENTE, EM QUALQUER TRABALHO DE

cerâmicas, minas e pedreiras,

A PALAVRA DA ORDEM É

CATERPILLAR*

DISTRIBUIDOR EXCLUSIVO:

S.T.E.T.

SOCIEDADE TÉCNICA DE EQUIPAMENTOS E TRACTORES, S.A.R.L.

PRIOR VELHO — SACAVÉM

TELEF. 251 0001/4 — TELEG. «STETRA» — APARTADO 1351 — LISBOA

* «CATERPILLAR» E «TRAXCAVATOR» SÃO MARCAS REGISTADAS DE CATERPILLAR TRACTOR CO. — PEORIA, ILLINOIS — E. U. A.